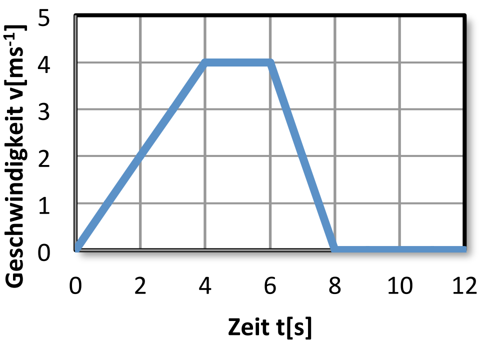
Seminare zu den physikalischen Grundlagen
1. Studienjahr, 2011/12, Wochen 1–5

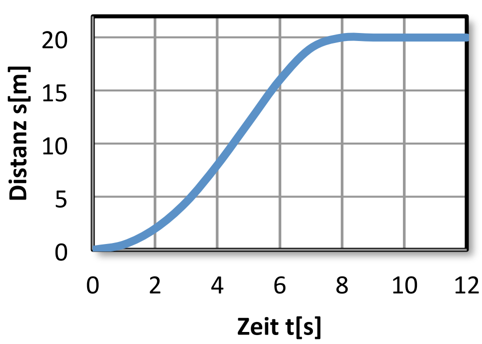
Lösungen

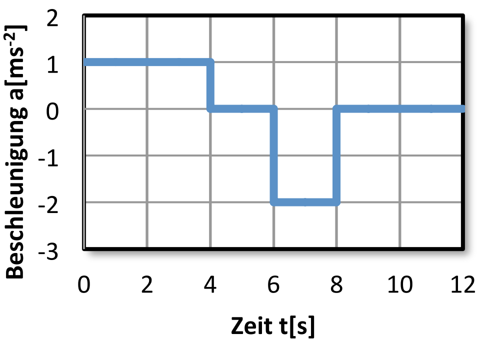
Seminar 1

Physikalische Grundlagen, mathematische Funktionen und ihre graphische Darstellungen

A1. Bewegungsdiagramme







Studium der Medizin
Universität Bern
Phil. nat. und Medizinische Fakultät

UNIVERSITÄT BERN

1) $t \in [0,4]s$

$$\upsilon(t) = \upsilon_0 + a \cdot t = 0 + 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot t = \underline{\underline{t[s]\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

Anmerkung:

t steht für Zeit mit Einheit. zBsp. 7 Sekunden, 12 Tage, 5 Jahre,...
t[*s*] bedeutet eine Zahl ohne Einheiten, ihr Wert muss aber der Anzahl Sekunden der Zeit t entsprechen.

$$x(t) = x_1 + \int \upsilon(t)dt = x_1 + \int t\,dt\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = x_1 + \frac{1}{2}t^2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = x_1 + \frac{1}{2}(t[s])^2\,\mathrm{m} = x_1 + \frac{1}{2}t^2[s^2]m$$

$$x(0\,\mathrm{s}) = 0\,\mathrm{m} \quad \Rightarrow x_1 = 0\,\mathrm{m}$$

$$x(t) = \underline{\underline{\frac{1}{2}t^2[s^2]\mathrm{m}}} \quad \Rightarrow x(4\,\mathrm{s}) = 8\,\mathrm{m}$$

$$a(t) = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(t\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 1\underline{\underline{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$$

2) $t \in [4,6]s$

$$\upsilon(t) = \underline{\underline{4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

$$x(t) = x_1 + \int \upsilon(t)dt = x_1 + \int 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}dt = x_1 + 4\,t[s]\mathrm{m}$$

$$x(4\,s) = 8\,\mathrm{m} = x_1 + 16\,\mathrm{m} \quad \Rightarrow x_1 = -8\,\mathrm{m}$$

$$x(t) = -8\,\mathrm{m} + 4\,t[s]\mathrm{m} = \underline{\underline{4(t[s]-2s)\mathrm{m}}} \quad \Rightarrow x(6\,\mathrm{s}) = 16\,\mathrm{m}$$

$$a(t) = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = \underline{\underline{0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$$

3) $t \in [6,8]s$

$$\upsilon(t) = \upsilon_0 + a \cdot t = 4\frac{m}{s} - 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(t-6s) = 2(8s-t)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \underline{\underline{2(8-t[s])\frac{\mathrm{m}}{s}}}$$

$$x(t) = x_3 + \int \upsilon(t)dt = x_3 + \int 2(8-t[s])\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}dt = x_3 + 2\left(8t[\mathrm{s}]\text{-}\frac{(t[\mathrm{s}])^2}{2}\right)\mathrm{m} = x_3 + 16t[s]\text{-}t^2[s^2]\mathrm{m}$$

$$x(6\,s) = 16\,\mathrm{m} = x_3 + 16\cdot 6 - 6^2\,\mathrm{m} = x_3 + 60\,\mathrm{m} \quad \Rightarrow x_3 = -44\,\mathrm{m}$$

$$x(t) = \underline{\underline{-44\,\mathrm{m} + (16t[\mathrm{s}]\text{-}t^2[\mathrm{s}^2])\mathrm{m}}} \quad \Rightarrow x(8\,\mathrm{s}) = -44\,\mathrm{m} + (16\cdot 8 - 8^2)\,\mathrm{m} = 20\,\mathrm{m}$$

$$a(t) = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2(8-t[s])\frac{\mathrm{m}}{s}\right) = \underline{\underline{-2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$$

4) $t \in \left[8{,}10\right] s$

$$\upsilon(t) = \upsilon_0 + a \cdot t = \underline{\underline{0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$x(t) = x_4 + \int \upsilon\left(t\right) dt = x_4 + \int 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,dt = x_4$$

$$x\left(8\,s\right) = 20\text{ m} \quad \Rightarrow \text{x}_4 = 20\text{ m}$$

$$x(t) = \underline{\underline{20\text{ m}}}$$

$$a\left(t\right) = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = \underline{\underline{0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

A2. Exponentialfunktion

a) Druckverlauf in der Atmosphäre

$$p = p_0 e^{-\frac{z}{z_e}} = 100'000\ Pa \cdot e^{-\frac{10000m}{8300m}} \approx 29975\ Pa$$

b) Radioaktiver Zerfall

a) Halbwertszeit: Zeit, in welcher die Hälfte der Kerne zerfallen ist. Für $T_{1/2}$ gilt $\mathrm{N}(\mathrm{T}_{1/2}) = 0.5 \cdot \mathrm{N}_0$.

Somit gilt: $0.5 \cdot \mathrm{N}_0 = \mathrm{N}_0 \mathrm{e}^{-\lambda \cdot \mathrm{T}_{1/2}} \Rightarrow 0.5 = \mathrm{e}^{-\lambda \cdot \mathrm{T}_{1/2}} \rightarrow \mathrm{T}_{1/2} = \dfrac{-ln(0.5)}{\lambda}$

λ lässt sich mit den Angaben „nach 24 Stunden sind 90% zerfallen“ bestimmen.

$$0.1 \cdot N_0 = N_0 e^{-\lambda \cdot 86400} \Rightarrow \lambda = -\frac{\ln(0.1)}{86400\,\mathrm{s}} = 2.66 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$$

Somit gilt für die Halbwertszeit:

$$T_{1/2} = -\frac{\ln(0.5)}{\lambda} = -\frac{-0.693}{2.66 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}} = 26058\ s = \underline{\underline{7.24\,\mathrm{h}}}$$

b) $N = N_0 e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \dfrac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot 172800} = \underline{\underline{0.01}}$.

Nach 2 Tagen sind gerade noch 1% der ursprünglichen Kerne vorhanden.

c) Kondensator entladen

$$U = U_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} = U_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\rightarrow \ln\frac{U}{U_0} = -\frac{t}{RC}$$

$$\rightarrow C = -\frac{t}{R \ln\frac{U}{U_0}} = -\frac{2\ \mathrm{s}}{100\ \Omega \cdot \ln\frac{U_0/4}{U_0}} \approx 1.4 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{F}$$

d) Röntgenabsorption in Materie

Analog zur Teilaufgabe b).

$$\frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - e^{-\frac{x}{x_e}} = 1 - e^{-\mu x} = 1 - e^{-20\ \mathrm{m}^{-1} \cdot 0.2\ \mathrm{m}} \approx 0.982 = 98.2\ \%$$

A3. Halblogarithmische Darstellung

a) Aus Graphik: $d_{1/2} = 0.87\,\text{cm}$.

b) Aus Graphik: $d_{1‰} = 8.7\,\text{cm}$.

c) $A = A_0\, e^{-\lambda d}$, mit $A_0 = 3.5 \cdot 10^7$ Bq

In logarithmischer Darstellung ergibt die Exponentialfunktion eine Gerade:

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\lambda \cdot d\,.$$

Auch wenn der 10er-Logarithmus genommen wird, ergibt sich eine Gerade, wobei für die Steigung gilt:

$$\log \frac{A}{A_0} = -\lambda d \cdot \underbrace{\log e}_{0.434...} = -0.434\lambda d$$

d)

1) Lösung: Nach welcher Dicke d ist die Aktivität A_0 auf $A_0\,10^{-4}$ gesunken?

Antwort: Für eine Abnahme von 10^7Bq auf 10^3Bq braucht es $d_1 = 11.5$ cm Absorber, d.h.

$$\log \frac{A}{A_0} = \log 10^{-4} = -4 = -0.43429\lambda \cdot 11.5\text{cm} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\lambda = 0.8\text{cm}^{-1}}}.$$

2) Lösung mit Halbwertsdicken $d_{1/2}$:

Definition: $A = \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\lambda d_{1/2}}$; $\ln\frac{1}{2} = -\lambda\, d_{1/2} \rightarrow \quad \lambda = -\frac{\ln\frac{1}{2}}{d_{1/2}} = \frac{\ln 2}{d_{1/2}}$

z. B. nach 10 Halbwertsdicken $A = \frac{A_0}{2^{10}} = \frac{A_0}{1024} e^{-\lambda 10 d_{1/2}} \approx \frac{A_0}{10^3} e^{-\lambda 10 d_{1/2}}$

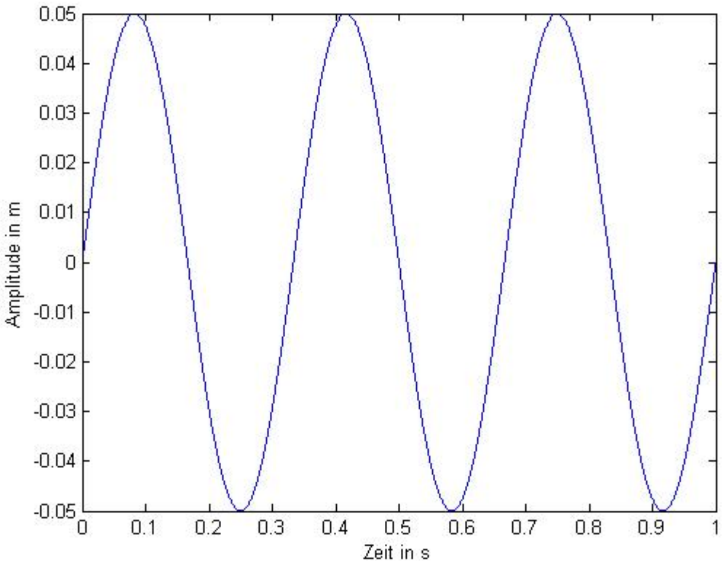
Für eine Abnahme von 10^7 Bq auf 10^4 Bq braucht es 8.7 cm Absorber; d.h.

$10 \cdot d_{1/2} = 8.7cm; \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{d_{1/2} = 0.87\text{cm}}}$ und $\lambda = \frac{\ln 2}{d_{1/2}} = \frac{0.69}{0.87\text{ cm}} \approx \underline{\underline{0.8\text{ cm}^{-1}}}$.

e) $d_e = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.8\text{cm}^{-1}} = \underline{\underline{1.25\text{cm}}}$

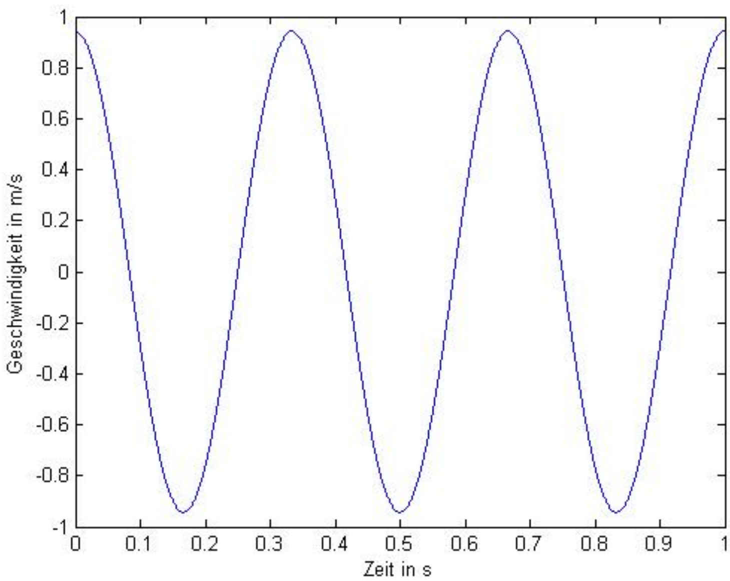
A4. Trigonometrische Funktionen

a) $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi f\, t) = 5 \cdot \sin(6\pi\, t)$



b) $y(1\mathrm{s}) = y(1.5\mathrm{s}) = 0 \qquad y(0.4\,\mathrm{s}) = 4.75\mathrm{cm}$

c) $\upsilon(t) = \dfrac{d\, y(t)}{dt} = \hat{y} \cdot 2\pi f \cdot \cos(2\pi f\, t)$



Seminar 2

Mechanik

B1. Inhalt von Formeln

a) Eine Kraft ändert den Impuls eines Systems; Kraftstoss: $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$

b) Wirkt ein Körper mit einer Kraft $\vec{F}_1$ auf einen zweiten Körper, so wirkt dieser mit einer gleich grossen, aber entgegengesetzten Kraft $\vec{F}_2$ auf den ersten zurück.

c) Die rücktreibende Kraft einer Feder wächst linear mit der ausgezogenen Länge x. D, die Federkonstante, ist der Proportionalitätsfaktor. Das Minus gibt an, dass die Kraft rücktreibend ist.

d) Zwei Massen ziehen sich an. Die Kraft ist proportional zu jeder Masse und nimmt quadratisch mit dem Abstand zwischen den Massen ab. Die Gravitationskonstante G ist der Proportionalitätsfaktor.

e) Bei einer Kreisbewegung nimmt die Zentripetalkraft quadratisch mit der Geschwindigkeit zu. Ferner ist die Zentripetalkraft umso grösser, je kleiner der Kreisradius ist.

f) Leistung P ist Arbeit pro Zeit, also $\dfrac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{t}$

B2. Galilei-Thermometer

a) Die Kugeln mit der höchsten Temperaturanzeige sind ganz oben und schwimmen.

b) Die Dichte der Flüssigkeit hängt von der Temperatur ab. Ist die Flüssigkeit wärmer wird sie weniger dicht, und die Kugeln erfahren weniger Auftrieb. Somit sinken immer mehr Kugeln bei steigender Temperatur der Flüssigkeit.

c) Auftriebskraft = Gewichtskraft der Glaskugel mit Bleigewicht.

d) Schweben: Mittlere Dichte des Körpers gleich derjenigen der Flüssigkeit.

Schwimmen: Mittlere Dichte des Körpers ist kleiner als die Dichte der Flüssigkeit.

Sinken: Mittlere Dichte des Körpers ist grösser als die Dichte der Flüssigkeit.

e) Nach dem Archimedischen Gesetz gilt:

$$(m_{\text{Kugel}} + m_{\text{Blei}})g = \rho_{\text{Lösungsmittel}} g (V_{\text{Kugel}} + V_{\text{Blei}})$$

mit $m_{\text{Kugel}} = \rho_{\text{Kugel}} V_{\text{Kugel}}$ und $V_{\text{Blei}} = \dfrac{m_{\text{Blei}}}{\rho_{\text{Blei}}}$

$$(\rho_{\text{Kugel}} V_{\text{Kugel}} + m_{\text{Blei}})g = \rho_{\text{Lösungsmittel}} g (V_{\text{Kugel}} + \frac{m_{\text{Blei}}}{\rho_{\text{Blei}}})$$

$$\rho_{\text{Kugel}} V_{\text{Kugel}} + m_{\text{Blei}} = \rho_{\text{Lösungsmittel}} V_{\text{Kugel}} + \rho_{\text{Lösungsmittel}} \frac{m_{\text{Blei}}}{\rho_{\text{Blei}}}$$

$$m_{\text{Blei}} - \rho_{\text{Lösungsmittel}} \frac{m_{\text{Blei}}}{\rho_{\text{Blei}}} = \rho_{\text{Lösungsmittel}} V_{\text{Kugel}} - \rho_{\text{Kugel}} V_{\text{Kugel}}$$

$$m_{\text{Blei}} (1 - \frac{\rho_{\text{Lösungsmittel}}}{\rho_{\text{Blei}}}) = V_{\text{Kugel}} (\rho_{\text{Lösungsmittel}} - \rho_{\text{Kugel}})$$

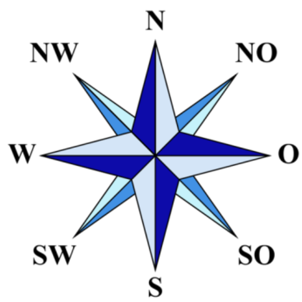
$$m_{\text{Blei}} = \frac{V_{\text{Kugel}} (\rho_{\text{Lösungsmittel}} - \rho_{\text{Kugel}})}{(1 - \dfrac{\rho_{\text{Lösungsmittel}}}{\rho_{\text{Blei}}})} = \underline{\underline{3.56 g}}$$

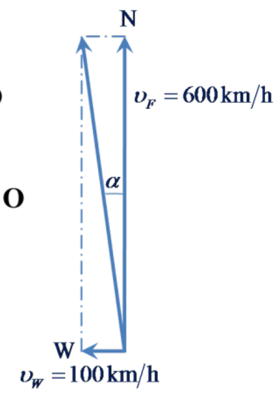
B3. Vektoraddition

$$\tan\alpha = \frac{\upsilon_w}{\upsilon_F} = 1/6$$

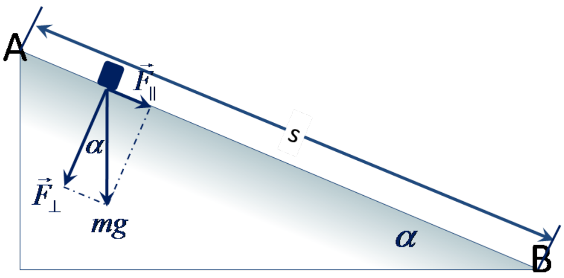
$$\rightarrow \alpha = 9.4^{\circ}$$

$$\upsilon_R = \sqrt{\upsilon_F^2 + \upsilon_W^2} = 608.3 \text{ km/h}$$





B4. Schiefe Ebene



$F_{||} = ma = mg\sin\alpha = mg\sin 30^{\circ} = mg\cdot 0.5$

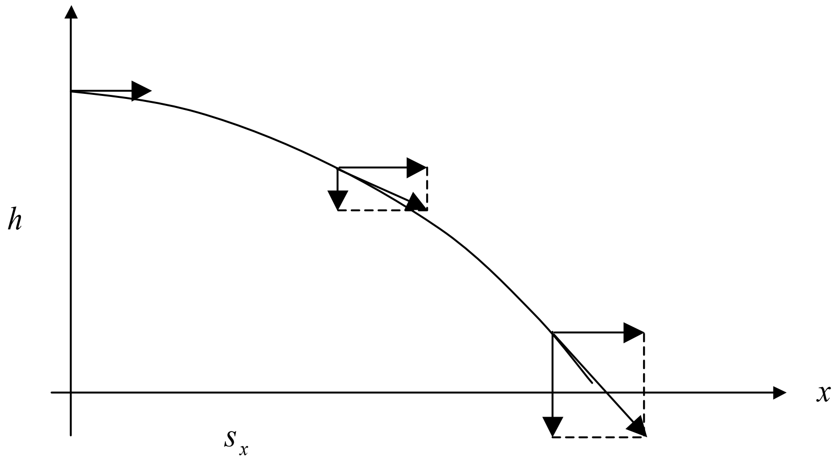
$\Rightarrow a = 0.5g$

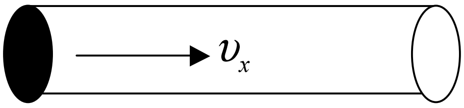
$\upsilon = at;\quad s = \frac{1}{2}at^2$

$t = \sqrt{2s/0.5g} = 2\sqrt{s/g}$

$\upsilon = \sqrt{sg}$

B5. Schiefer Wurf : Wasserstrahl





Durchflussmenge $Q = 12\ \ell/\text{min} = 0.2\ \ell/\text{s}$

$\upsilon_x \cdot A = Q = 0.2\ \ell/\text{s}$

$\upsilon_x = \frac{2\cdot 10^{-4}\text{m}^3/\text{s}}{10^{-4}\text{m}^2} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{konstant}$

$\frac{1}{2}gt^2 = h \quad\rightarrow\quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$s_x = \upsilon_x t = \frac{Q}{A}\sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.64\ \text{m}$

B6. Wasserpumpen

$$P=\frac{W}{t}\cdot\frac{1}{\eta}=\frac{F\cdot s}{t}\cdot\frac{1}{\eta}=\frac{m\cdot g\cdot s}{t}\cdot\frac{1}{\eta}=\underline{\underline{1.03MW}}$$

B7. Sicherheitsgurten

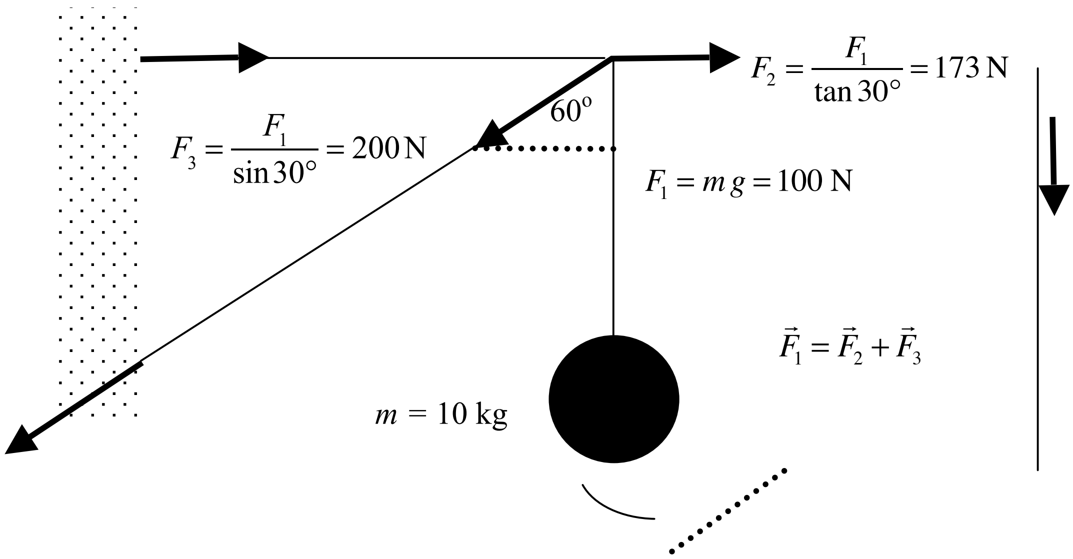
Energiesatz:

$$F\cdot s=\frac{m}{2}\upsilon^2$$

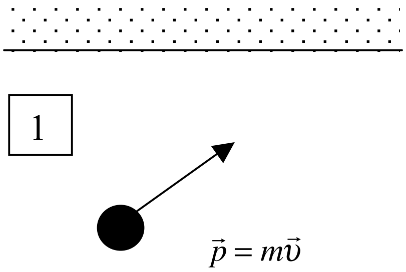
$$F=\frac{m\upsilon^2}{2s}=\frac{16\cdot\left(\frac{50\cdot 10^3}{3600}\right)^2}{2\cdot 0.5}\,\mathrm{N}=3086\,\mathrm{N}\quad .$$

Diese Kraft ist ca. 20 Mal grösser als das Gewicht des Kindes. Die Person wird das Kind nicht halten können.
Ohne Knautschzone wäre die Verzögerungsstrecke wesentlich kürzer als 0.5 m, und somit die Kräfte noch viel grösser.

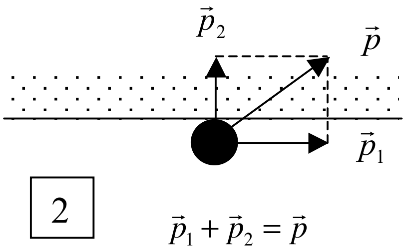
B8. Kräfte



B9. Impulssatz

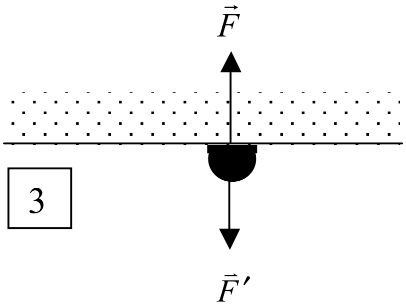


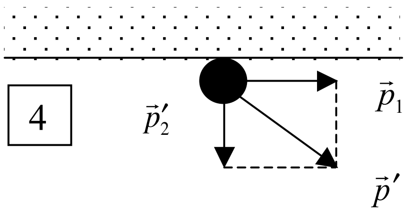
$\vec{p} = m\vec{v}$



$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$

$\vec{p}_1$ ist Tangentialimpuls der Kugel





$\boxed{|\vec{p}'| = |\vec{p}|}$

$\vec{F} = \dot{\vec{p}}_2$ (Kraft auf Wand)

$\vec{F}' = \dot{\vec{p}}_2'$ (Kraft der Wand)

Seminar 3

Elektrizitätslehre, Stromkreise

C1. Kurzfragen

g) Spannung: Arbeit, die beim Verschieben einer Ladung q zwischen zwei Punkten vom elektrischen Feld geleistet wird, dividiert durch diese Ladung.
$U = \frac{dW}{dq}$
Potential im Punkt P: Spannung zwischen P und einem Fixpunkt P_0.

h) Spannung und Stromstärke über einem Ohmschen Widerstand sind einander proportional; R , der Proportionalitätsfaktor, ist konstant.

i) $\vec{F} \sim \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$: Zwei Ladungen üben aufeinander eine Kraft aus, die proportional zu jeder Ladung ist und mit dem Quadrat des Abstandes abnimmt.

$P = U\,I$: die elektrische Leistung berechnet sich als Produkt von Spannung und Stromstärke.

$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{total}}$: der Reziprokwert der Gesamtkapazität von in Serie geschalteten Kondensatoren berechnet sich aus den Reziprokwerten der Kapazitäten der einzelnen Kondensatoren.

$\sum_i U_i = \sum_n R_n\, I_n$: Maschengleichung. Die Summe aller angelegten Spannungen ist gleich der Summe aller Spannungsabfälle über den Widerständen in einem Netzwerk von Ohmschen Widerständen.

$C = \varepsilon\,\varepsilon_0\, A\,/\,d$: Die Kapazität eines Kondensators ist proportional zu seiner Fläche und umgekehrt proportional zum Plattenabstand. Der Proportionalitätsfaktor enthält die Dielektrizitätskonstante ε als Materialeigenschaft.

$\vec{E} = \vec{F}/q$: Die elektrische Feldstärke ist definiert als Kraft pro Ladung.

$1\text{ eV} = 1e \cdot 1\text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 1\text{ J/C} = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$.

C2. Ersatzwiderstände, Spannungsabfälle

Ersatzwiderstand: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5 + R_6} = 0.183 \Rightarrow R = 5.45\,\Omega$

Mit Messinstrument 1 wird die Stromstärke gemessen: $I = \frac{U}{R} = \underline{\underline{1.65\text{ A}}}$

Mit Messinstrument 2 wird der Spannungsabfall über diesem Widerstand gemessen. $U = \underline{\underline{3\text{V}}}$

(Parallelschaltung ⇒ daher ist der Spannungsabfall über jede Verzweigung 9V, drei identische Widerstände ⇒ Spannungsabfall über jedem Widerstand derselbe.)

C3. Elektrische Leistung

$$P \cdot t = \Delta Q = c_w\, m\, \Delta T = 4180 \cdot 90 \text{ J} = 376.2 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{376 \text{ kJ}}{5 \cdot 60 \text{ s}} = 1.25 \text{ kW}$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{1250 \text{ W}}{200 \text{ V}} = 6.25 \text{ A}$$

$$R = \frac{U}{I} = 32\,\Omega$$

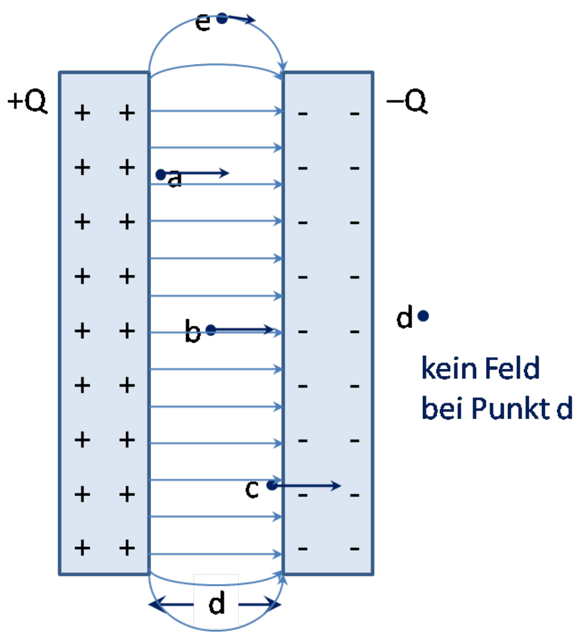
C4. Kondensator

$$U = \int E\,ds = E \cdot d; \quad C = \frac{Q}{U}; \quad C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}; \quad E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{C \cdot d} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A}$$

a) Q konstant
→ E bleibt gleich,
→ U verdoppelt sich,
→ C wird halb so gross.

b) U konstant
→ E wird halb so gross,
→ C wird halb so gross,
→ Q wird halb so gross.

c) In den Punkten a, b und c herrscht dieselbe Feldstärke E
Im Punkt d verschwindet die Feldstärke
Im Punkt e gibt es ein Streufeld



C5. Beschleunigung im elektrischen Feld

a) Die beiden Stahlkugeln und das Neutron werden nur durch das Gravitationsfeld beschleunigt, da sie elektrisch neutral sind.

Das Proton und das Elektron werden praktisch nur durch das elektrische Feld beschleunigt, da dieses auf die beiden Körper eine viel grössere Wirkung hat als das Gravitationsfeld.

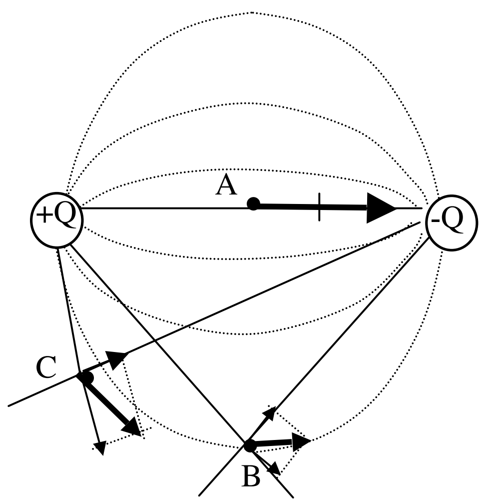
b) Die beiden Stahlkugeln und das Neutron beginnen einen freien Fall mit $a = g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$.

Das Proton wird nach unten, das Elektron nach oben beschleunigt. Ihre Beschleunigung ist viel grösser als die Fallbeschleunigung und das Elektron wird viel stärker beschleunigt als das Proton.

$$a_{\text{Proton}} = \frac{q_{\text{Proton}} \cdot E}{m_{\text{Proton}}} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 100\,\mathrm{V/m}}{1.67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}} = 9.6 \cdot 10^{9}\,\mathrm{m/s^2} \approx 10^{9}\,g$$

$$a_{\text{Elektron}} = \frac{q_{\text{Elektron}} \cdot E}{m_{\text{Elektron}}} = \frac{-1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 100\,\mathrm{V/m}}{9.1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}} = -1.8 \cdot 10^{13}\,\mathrm{m/s^2} \approx -2 \cdot 10^{12}\,g$$

C6. Coulomb-Kräfte, Vektoraddition



C7. Stromleitung in einem Cu-Draht

a) Dichte von Cu: $\rho = \dfrac{9\text{ g}}{\text{cm}^3}$

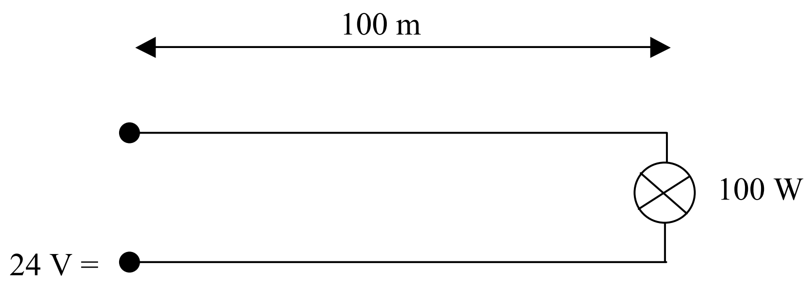
Anzahl freier Elektronen pro Gramm Kupfer: $\dfrac{6\cdot 10^{23}}{64\text{ g}}$

$$n = \frac{6\cdot 10^{23}\cdot 9\text{ g}}{64\text{ g}\cdot\text{cm}^3} = 0.9\cdot 10^{23}\,\text{cm}^{-3}$$

$I = 1\text{ A} = \dfrac{1\,\text{C}}{\text{s}} = \dfrac{1\,\text{C}\cdot e}{1.6\cdot 10^{-19}\,\text{C}\cdot\text{s}} = 6\cdot 10^{18}\,\dfrac{e}{\text{s}}$; mit $e = 1.6\cdot 10^{-19}$ C

$$A\cdot\overline{\upsilon}\cdot n\cdot e = I$$

$$\rightarrow\quad \overline{\upsilon} = \frac{I}{A\cdot n\cdot e} = \frac{6\cdot 10^{18}\,e\,\text{cm}^3}{\text{s}\cdot 10^{-2}\,\text{cm}^2\cdot 0.9\cdot 10^{23}\,e} = 7\cdot 10^{-3}\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



C8. Elektrische Leitungsverluste

a) $P = U\cdot I = \dfrac{U^2}{R_L}$, $\quad R_L = \dfrac{U^2}{P} = 5.76\,\Omega$

b) $R_K = \rho_{Cu}\cdot\dfrac{\ell}{A} = 1.7\cdot 10^{-8}\,\Omega\,\text{m}\cdot\dfrac{100\text{ m}\cdot 2}{10^{-6}\,\text{m}^2} = 3.4\,\Omega$

c) $P = \dfrac{U^2}{R_L} = \dfrac{1}{R_L}\cdot\left[24\,\text{V}\left(\dfrac{R_L}{R_L+R_K}\right)\right]^2 = R_L\cdot\left(\dfrac{24\,\text{V}}{R_L+R_K}\right)^2$

$P = 39.5$ W

C9. Coulomb-Kraft

Abstossende Kraft $= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\left(1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\right)^2}{\left(10^{-15}\,\mathrm{m}\right)^2} \sim 240\ \mathrm{N}$

Kerne sind stabil, weil Kernkräfte stärker sind als diese Coulombkräfte.

C10. Induktion, Netzspannung

a) Eine Spannung wird induziert, wenn sich die magnetische Induktion $\vec{B}$ ("das Magnetfeld") ändert oder die Fläche einer Spule, durch welche das Magnetfeld durchtritt.

$$U = U_0 \sin(\omega t) = U_0 \sin(2\pi f t) = 325\,\mathrm{V} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{50}{s} \cdot t\right)$$

$U_{eff} = 230\,\mathrm{V}$ folgt aus dem zeitlichen Mittelwert der über einem Ohmschen Widerstand abgegebenen Leistung: $\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T I(t) \cdot U(t)\, dt = U_{eff} I_{eff}$

Wechselspannung kann einfach erzeugt und transformiert werden. Für den Transport über grössere Distanzen ist eine höhere Spannung günstiger. Für den Verbraucher darf die Spannung nicht zu hoch sein (Sicherheit, einfachere Geräte). Gleichspannung kann nicht einfach mit einem Transformator umgewandelt werden.

Seminar 4

Wärmelehre, Energieerhaltung

D1. Energie

Die Aussagen a), c), e), f) und h) sind wahr. Im Übrigen gilt:

b) $U \cdot I$ ergibt eine Leistung.

d) 1 kcal = 4180 J

g) Die mittlere kinetische Energie steigt linear mit der absoluten Temperatur,
$\bar{E} = \frac{3}{2} kT$,
nicht jedoch die Geschwindigkeit der Gasmoleküle.

D2. Mischtemperatur

a) $Q_W = c_W m\left(T_{Misch} - T_{Wasser}\right) = \underline{\underline{57036\,\text{J}}}$

b) $Q_{auf} = Q_{ab}$

$$c_W m_{Wasser}\left(T_{Misch} - T_{Wasser}\right) = c_E m_{Eisen}\left(T_{Eisen} - T_{Misch}\right)$$

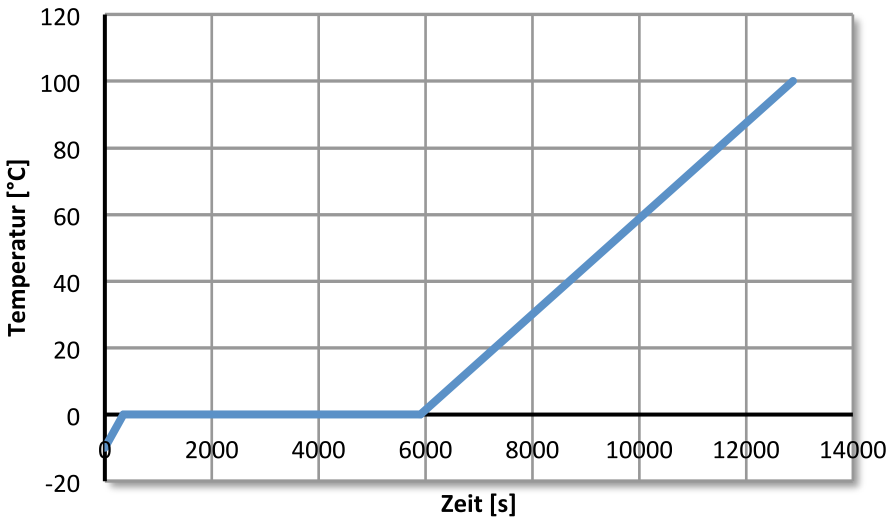
$$T_{Eisen} = \frac{c_W m_{Wasser}\left(T_{Misch} - T_{Wasser}\right)}{c_E m_{Eisen}} + T_{Misch} = \underline{\underline{883.2\,^{\circ}\text{C}}}$$

D3. Eis schmelzen

Eis $-10\,^\circ\text{C} \nearrow 0\,^\circ\text{C}$: $\Delta Q_1 = t_1 P = c_{\text{Eis}}\, m \Delta T$ $\rightarrow$ $t_1 = 342\ \text{s}$

Eis $0\,^\circ\text{C} \rightarrow$ Wasser $0\,^\circ\text{C}$: $\Delta Q_2 = t_2 P = L_{\text{Eis}\rightarrow\text{Wasser}}\, m$ $\rightarrow$ $t_2 = 5562\ \text{s}$

Wasser $0\,^\circ\text{C} \nearrow 100\,^\circ\text{C}$: $\Delta Q_3 = t_3 P = c_{\text{Wasser}}\, m \Delta T$ $\rightarrow$ $t_3 = 6977\ \text{s}$



D4. Leichtathletik

Der Sprinter erreicht eine mittlere Geschwindigkeit von $\upsilon = \dfrac{100\ \text{m}}{10\ \text{s}} = 10\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, welche in guter Näherung als Endgeschwindigkeit genommen werden darf.

a) Er kann die kinetische Energie seines Körpers

$$E_{kin} = \frac{m}{2}\upsilon^2$$

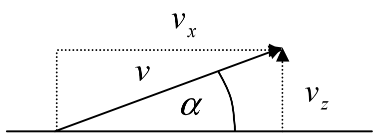
mit Hilfe des elastischen Stabes nahezu ohne Verluste in potentielle Energie $E_{pot} = m\,g\,h$

umwandeln (m bedeutet die Masse des Sprinters). Aus dem Energiesatz $E_{kin} = E_{pot}$ ergibt sich die Höhe h, die der Körperschwerpunkt des Sprinters bei der Energieumwandlung (also beim Stabhochsprung) gewinnt:

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5\,\text{m} \quad .$$

Der Körperschwerpunkt wird von etwa 1 m über Grund bis auf etwa 6 m über Grund gehoben.

Der Sprinter springe zum Zeitpunkt $t = 0$ im Elevationswinkel α ab, wobei er seine Geschwindigkeit v elastisch in die neue Bewegungsrichtung übertrage. Von nun an bis zur Landung hat seine Geschwindigkeit eine Komponente



$$v_z(t) = v \sin\alpha - g\,t$$

in Bezug auf die Richtung nach oben und eine Komponente

$$v_x = v \cos\alpha$$

in Bezug auf die Laufrichtung. Bei der Landung zum Zeitpunkt $t = t_{Landung}$ gilt dann

$$v_z(t_{\text{Landung}}) = -v_z(0) = -v \sin\alpha \,.$$

Daraus ergibt sich der Zeitpunkt der Landung:

$$t_{\text{Landung}} = \frac{2v\sin\alpha}{g} \,.$$

Die Sprungweite beträgt somit

$$\begin{aligned} s &= v_x \cdot t_{\text{Landung}} \\ &= v\cos\alpha \cdot \frac{2v\sin\alpha}{g} \\ &= \frac{2v^2}{g} \sin\alpha\cos\alpha \end{aligned}$$

Sie verändert sich mit dem Absprungwinkel $0 \le \alpha \le 90^\circ$. Der Winkel mit maximaler Sprungweite genügt der Beziehung

$$0 = \frac{ds}{d\alpha} = \frac{2v^2}{g}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$$

(Extremwert $\Rightarrow$ erste Ableitung gleich Null). Daraus folgt $\alpha = 45^\circ$ und $\sin\alpha\cos\alpha = 1/2$. Somit ergibt sich für die maximale Sprungweite

$$s_{\max} = \frac{v^2}{g} = \frac{\left(10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 10\ \mathrm{m} \quad .$$

Der Sprinter kann sie nur dann näherungsweise erreichen, wenn sein Absprung elastisch ist und wenn der Luftwiderstand verschwindet. (Hinweis: Bei dieser Lösung wird nicht berücksichtigt, dass der Schwerpunkt bei der Landung etwas tiefer liegt, als beim Absprung.)

D5. Treppensteigen

Es sei $\Delta h = 0.2$ m die Stufenhöhe.

a) Die potentielle Energie, die die Frau beim Treppensteigen gewinnt, beträgt

$$E_{\text{pot}} = m\,g \cdot 100\,\Delta h = 60\ \mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 100 \cdot 0.2\ \mathrm{m} = 12\ \mathrm{kJ}\ .$$

b) Die mechanische Arbeit, die sie dabei verrichtet, ist mindestens so gross wie die potentielle Energie E_{pot}, die sie dabei gewinnt. Sie ist im Allgemeinen grösser wegen Reibung im Körperinnern, Luftwiderstand, Armbewegung und dergleichen.

c) Ihr Organismus benötigt dabei mindestens die Energie

$$E = \frac{E_{\text{pot}}}{\eta_{\text{Muskeln}}} = \frac{12\ \mathrm{kJ}}{0.2} = 60\ \mathrm{kJ}\ .$$

d) Es sei f die Trittfrequenz, bei der die totale Leistung des Organismus der Frau gerade zehn Mal so gross ist wie der Grundumsatz P_0 =6300 kJ/d = 72.9 J/s, bei der also das vom Organismus allein zum Treppensteigen Geleistete gleich $9\,P_0$ ist,

$$\frac{1}{\eta_{\text{Muskeln}}}\, f\, m\, g\, \Delta h = 9\,P_0\ .$$

Diese Trittfrequenz beträgt

$$f = \frac{\eta_{Mu}\, 9\, P_0}{m\, g\, \Delta h_0} = \frac{0.2 \cdot 9 \cdot 72.9\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}}{60\ \mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0.2\ \mathrm{m}} = 1.1\ \mathrm{s}^{-1}.$$

D6. Radfahren

a) Energieverbrauch (abgesehen von den Anteilen infolge des Grundumsatzes:

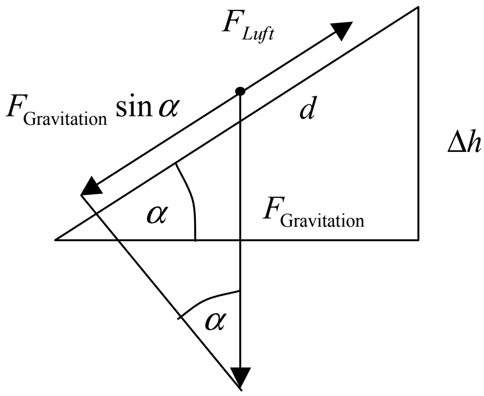
$$E = \frac{W_{\text{Gravitation}} + W_{\text{Luft}}}{\eta_{\text{Muskeln}}}$$

$$= \frac{F_{\text{Gravitation}}\,\Delta h + F_{\text{Luft}}\,d}{\eta_{\text{Muskeln}}}$$

$$= \frac{(m + m_{\text{Velo}})\,g\,\Delta h + c_w\,A\frac{\rho}{2}\upsilon_{\text{Velo}}^2\,d}{\eta_{\text{Muskeln}}}$$

$$= \frac{75\text{ kg}\cdot 10\,\text{m/s}^2\cdot 1074\,\text{m} + 0.9\cdot 0.45\,\text{m}^2\cdot\frac{1.0\,\text{kg/m}^3}{2}\cdot(\frac{18000\,\text{m}}{5400\,\text{s}})^2\cdot 18000\text{ m}}{0.25}$$

$$= 3384\text{ kJ} \quad .$$



b) Wasserverlust durch Schwitzen

$$m_{\text{Wasser}} = \frac{(1-\eta_{Mu})\,E}{L_v} = \frac{0.75\cdot 3384\,\text{kJ}}{2256\text{ kJ/kg}} = 1.1\text{kg} \quad .$$

c) Bei maximaler Geschwindigkeit halten sich die entlang der Strassenoberfläche wirkende Komponente der Gravitationskraft $F_{\text{Gravitation}}\sin\alpha$ und die Luftwiderstandskraft F_{Luft} das Gleichgewicht:

$$F_{\text{Gravitation}}\cdot\sin\alpha = F_{\text{Luft}} \quad .$$

Es folgt

$$(m + m_{\text{Velo}})\,g\cdot\sin\alpha = c_w\,A\frac{\rho}{2}\upsilon_{\max}^2 \quad ,$$

daraus weiter

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2(m + m_{Ve})\,g\sin\alpha}{c_w\,A\,\rho}}$$

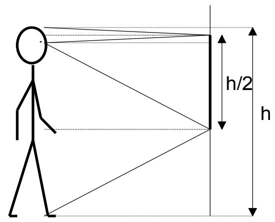
und mit $\sin\alpha = \Delta h / d$ schliesslich

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2(m+m_{\text{Velo}})\,g\,\dfrac{\Delta h}{d}}{c_w\,A\,\rho}} = \sqrt{\frac{2\cdot 75\ \text{kg}\cdot 10\ \text{m/s}^2\cdot\dfrac{1074\ \text{m}}{18000\ \text{m}}}{0.9\cdot 0.45\ \text{m}^2\cdot 1.0\ \text{kg/m}^3}} = 14.9\ \text{m/s} \;=\; 53.5\ \text{km/h} \quad .$$

Sem5 Physik

Optik

E1. Wandspiegel



Bei richtiger Montage: halbe Körpergrösse
(Beweis: kongruente Dreiecke)

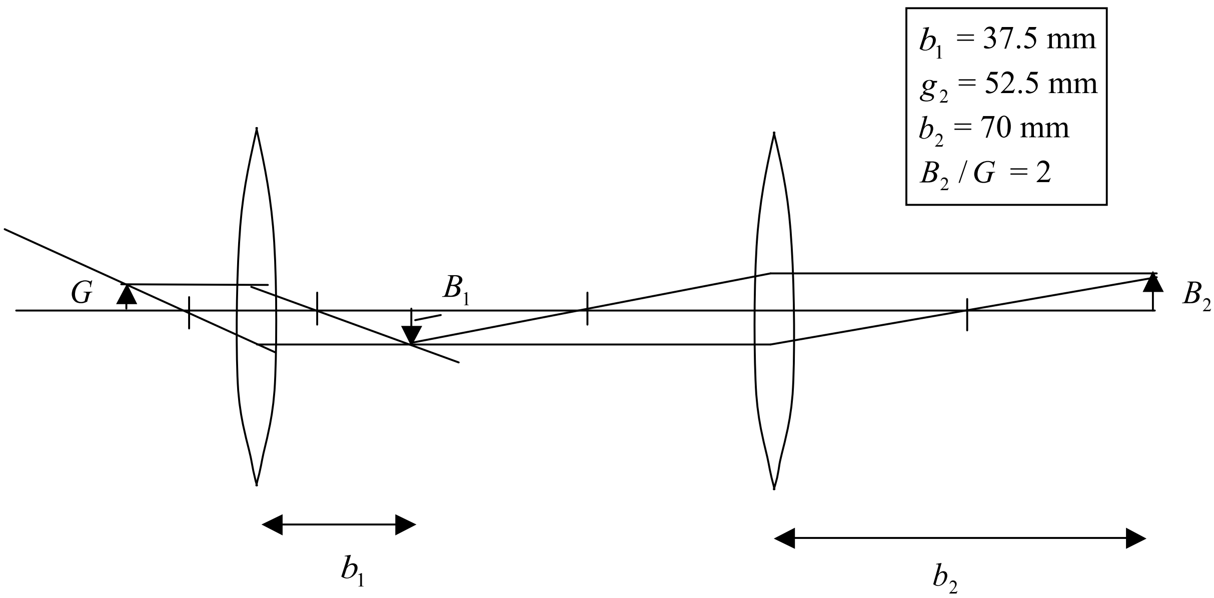
E2. Linsen

a) $\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{g}+\dfrac{1}{b} \quad \Rightarrow \dfrac{1}{g}=\dfrac{1}{f}-\dfrac{1}{b}=9.7m^{-1} \quad \Rightarrow \underline{\underline{g=10.3\text{cm}}}$

b) Der Abbildungsmassstab ist: $A=\dfrac{b}{g}=33$.

Somit ist das Format des Bildes $33\cdot 24\,\text{mm}\times 33\cdot 36\,\text{mm}=\underline{\underline{79.2\,\text{cm}\times 118.8\,\text{cm}}}$

c) $\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{g}+\dfrac{1}{b} \quad \Rightarrow \dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{f}-\dfrac{1}{g+2\,\text{mm}}=0.0047cm^{-1} \quad \Rightarrow \underline{\underline{b=2.1\text{m}}}$



E3. Linsensystem

E4. Prisma

$\alpha_1 = 60^\circ$

Grenzwinkel für Totalreflexion:

$\alpha_g = \arcsin(\frac{1}{1.4}) = 45.6^\circ$

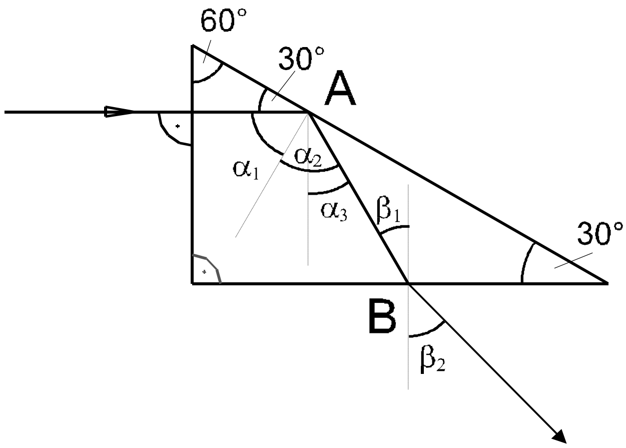
$\rightarrow \alpha_1 > \alpha_g$, also <u>Totalreflexion bei A</u>.

$\rightarrow \alpha_2 = \alpha_1 = 60^\circ$

$\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2 - 90^\circ = 30^\circ$

$\beta_1 = \alpha_3$ (Gegenwinkel)

$\sin\beta_2 = \frac{n_{Glas}}{n_{Luft}} \sin\beta_1 = 1.4 \sin\beta_1 \rightarrow \underline{\underline{\beta_2 = 44.4^\circ}}$

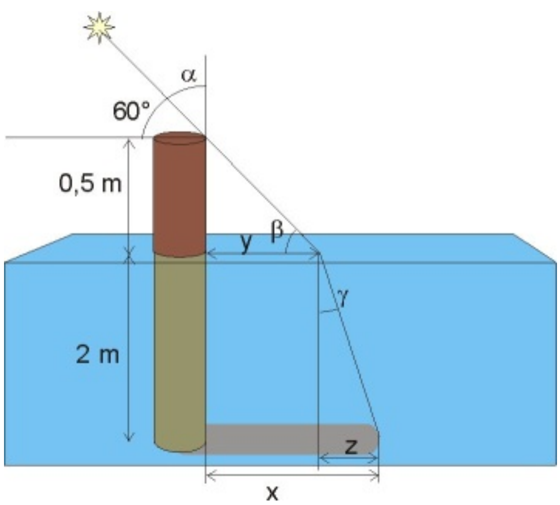


E5. Brechung

Der Einfallswinkel beträgt 30°. Die gesuchte Strecke setzt sich aus zwei Teilstücken zusammen: $x = y + z$

Für die Strecke y gilt:

$\tan\beta = \frac{0.5\text{m}}{y} \quad \Rightarrow y = \frac{0.5\text{m}}{\tan\beta} = \underline{0.29\text{m}}$



Für die Strecke z gilt:

$$\tan\gamma = \frac{z}{2m} \Rightarrow z = \tan\gamma \cdot 2m$$

Der Winkel γ lässt sich mit dem Brechungsgesetz zu berechnen.

$$\frac{\sin(90° - \beta)}{\sin\gamma} = \frac{n_{\mathrm{Wasser}}}{n_{\mathrm{Luft}}} \Rightarrow \sin\gamma = \frac{\sin(90° - \beta) \cdot n_{\mathrm{Luft}}}{n_{\mathrm{Wasser}}} = 0.376 \Rightarrow \gamma = 22.6°$$

Somit gilt für z:

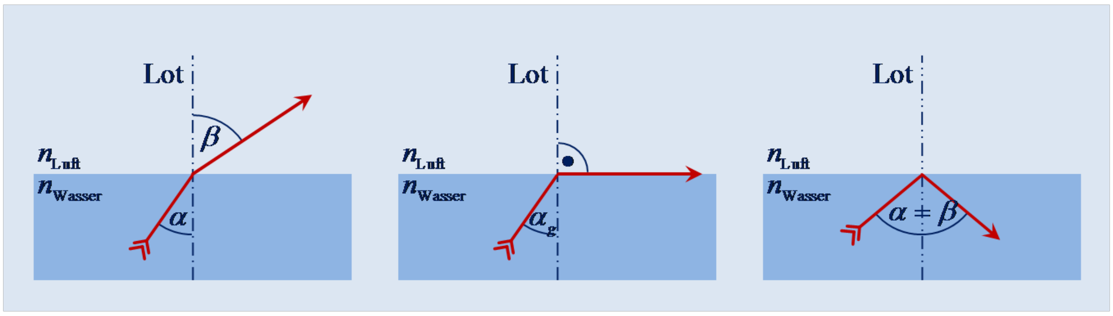
$$z = \tan\gamma \cdot 2m = \underline{0.83m}$$

Somit gilt für die Länge des Schattens: $x = y + z = \underline{\underline{1.12\,\mathrm{m}}}$

E6. Totalreflexion

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_{\text{Wasser}}}{c_{\text{Luft}}} = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Wasser}}} = \frac{1}{1.33}$$

Totalreflexion: $\sin\beta = 1$



$\rightarrow \quad \sin\alpha_g = 1/1.33 \quad \rightarrow \quad \alpha_g = 48.75^{\circ}$

Der Himmel erscheint als kreisförmige Scheibe unter dem Winkel $2\times\alpha_g = 97.5^{\circ}$.

E6. Lichtgeschwindigkeit

Brechungsgesetz: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{c_1}{c_2}$

also: $\dfrac{n_{\text{Wasser}}}{n_{\text{Luft}}} = \dfrac{c_{\text{Luft}}}{c_{\text{Wasser}}} \quad \Rightarrow \quad c_{\text{Wasser}} = \dfrac{n_{\text{Luft}} \cdot c_{\text{Luft}}}{n_{\text{Wasser}}} = \underline{\underline{2.25 \cdot 10^{8}\,\text{m/s}}}$