

Konzeptvorlesung

1. Jahr – Block 2 – Woche 8

Elektrizität

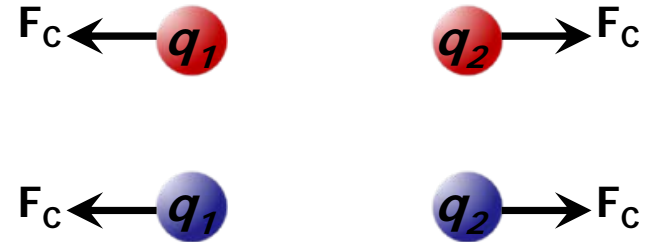
Physik

Prof. F. Joos, PD Dr. Hans Peter Beck

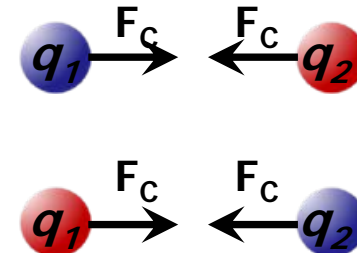
Repetition: Elektrische Ladung & Coulomb Kraft



Zwei Ladungen q_1 und q_2 *stossen sich ab*, wenn beide das selbe Vorzeichen besitzen.



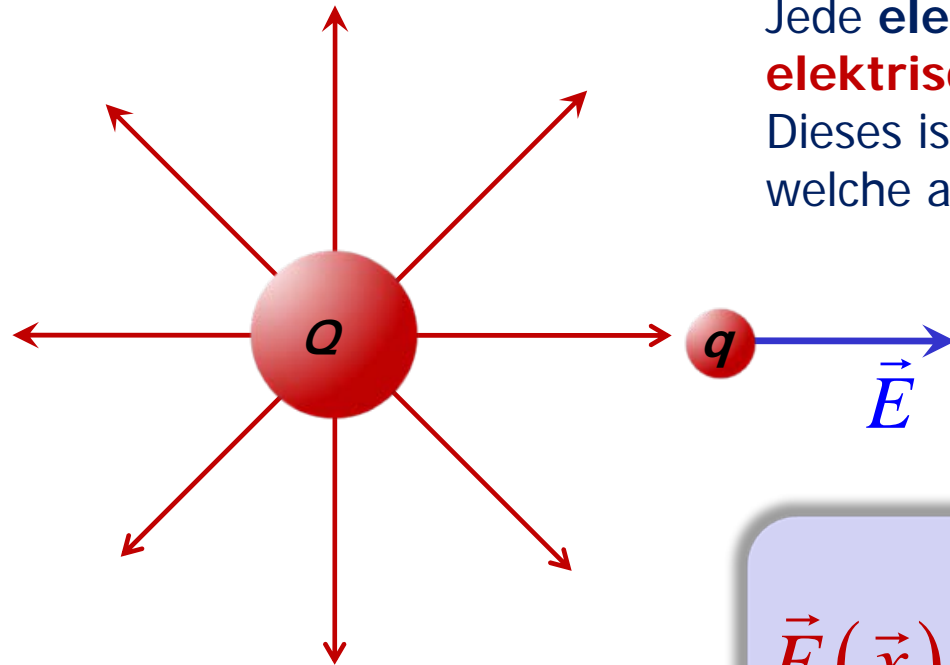
Zwei Ladungen q_1 und q_2 *ziehen sich an*, wenn sie entgegengesetzte Vorzeichen besitzen.



Für die Coulombkraft F_c zweier Ladungen q_1 und q_2 , die sich im Abstand r voneinander befinden, gilt:

$$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Elektrisches Feld



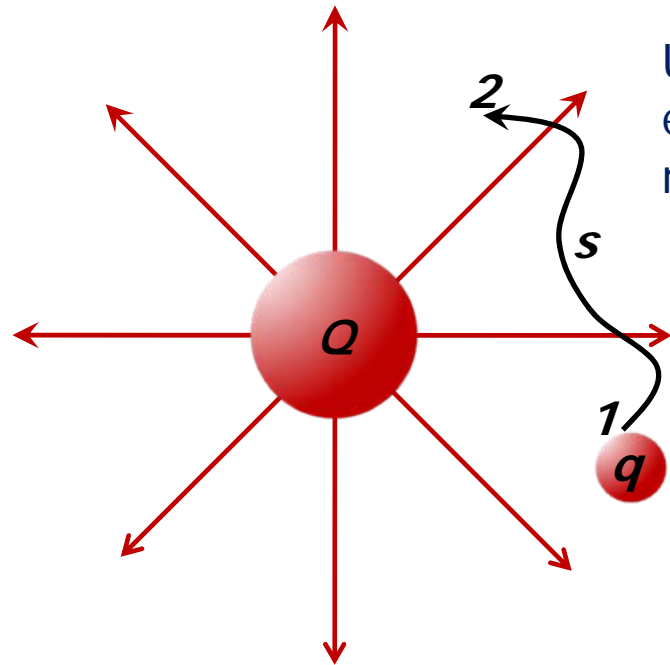
Jede elektrische Ladung Q bewirkt ein **elektrisches Feld E** .

Dieses ist definiert aus der **Coulomb-Kraft F_C** , welche auf eine **Ladung q** wirkt:

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{\vec{F}_C}{q} \quad [E] = \frac{N}{C}$$

Die **elektrische Feldstärke E** ist in jedem Raum-Punkt (x_1, x_2, x_3) ein Vektor, der in Richtung der **Kraft F** zeigt.

Elektrizitätslehre → Elektrische Spannung



Um eine **Ladung** q in einem **elektrischen Feld** E von einem **Punkt 1** zu einem **Punkt 2** zu bewegen muss **Arbeit** verrichtet werden.

Arbeit = Kraft · Weg und Kraft = Feld · Ladung

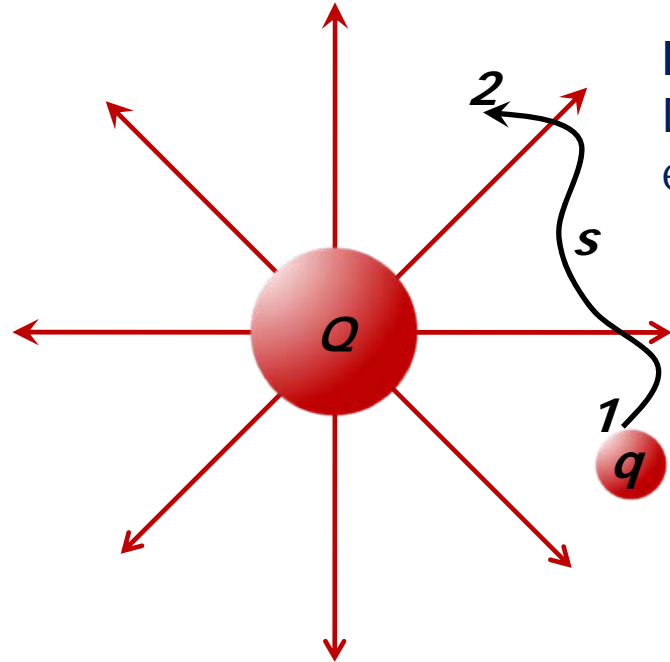
$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Elektrische Spannung ist definiert als die **Arbeit** W , welche pro **Ladung** q verrichtet werden muss, um diese vom **Punkt 1** zum **Punkt 2** zu transportieren:

$$U \equiv \frac{W}{q} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [U] = \frac{\text{J}}{\text{C}} \equiv \text{V} = \text{Volt}$$

Die Einheit der **elektrischen Spannung** ist **Energie pro Ladung**, welche abgekürzt als **Volt** geschrieben wird.

Elektrizitätslehre → Elektrischer Strom



Elektrischer Strom entsteht wenn Ladung bewegt wird.
Die **Stromstärke** misst wieviel **Ladung pro Zeit** durch einen Leiter fließt:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [I] = \frac{C}{s} \equiv A = \text{Ampere}$$

Die Einheit der **elektrischen Stromstärke** ist **Ladung pro Zeit**, welche abgekürzt als **Ampere** geschrieben wird.

Magnetismus

Stabmagnete haben einen **Nord-** und einen **Südpol**.

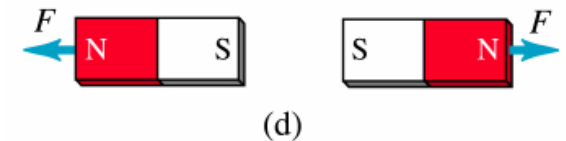
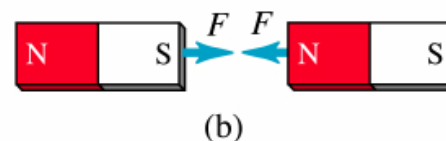
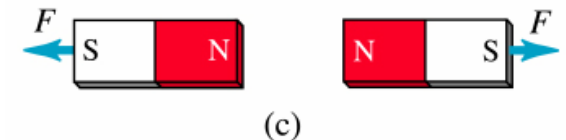
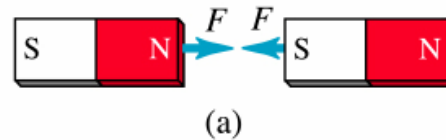
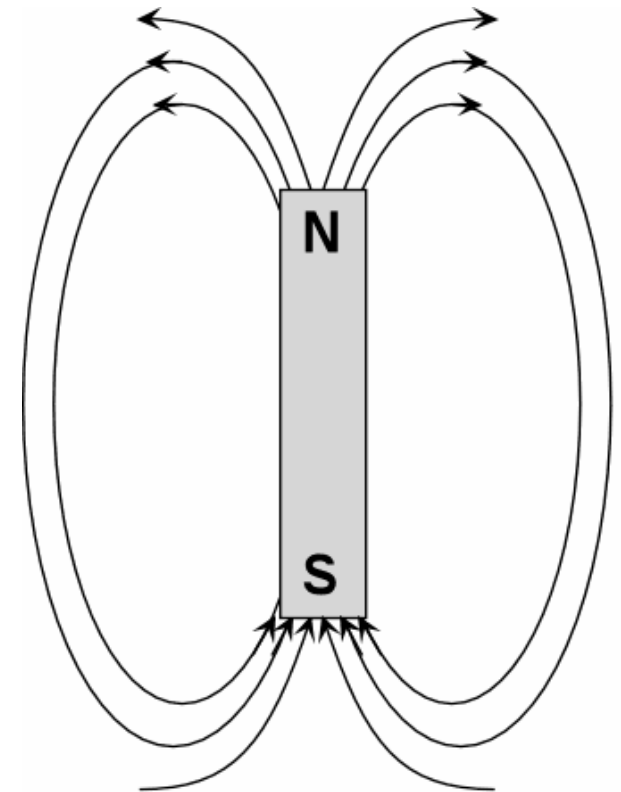
Magnetische Feldlinien treten am Nordpol aus und am Südpol wieder ein.

Es gibt keine magnetische Monopole. D.h. es ist immer ein N- und ein S- Pol vorhanden.

Magnetische Feldlinien sind immer geschlossen.

Gleichnamige Pole stossen sich ab.

Ungleichnamige Pole ziehen sich an.



Elektrische Ströme erzeugen Magnetfelder

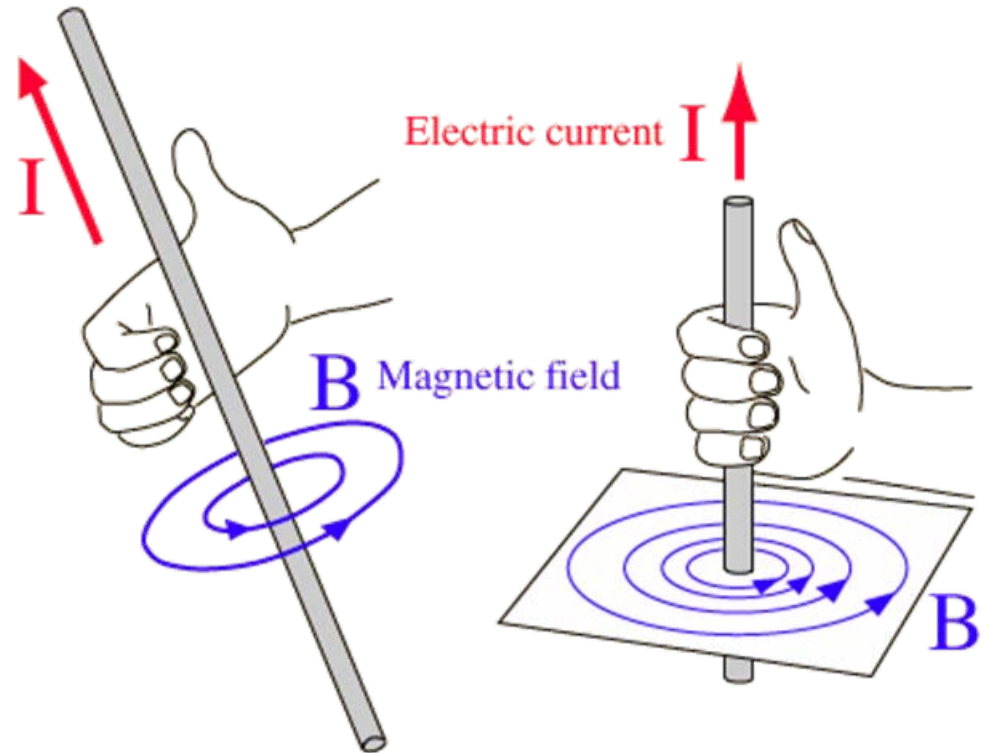
Fließt ein **Strom I** durch einen Leiter erzeugt dies ein magnetisches Feld mit der **Feldstärke B**

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I$$

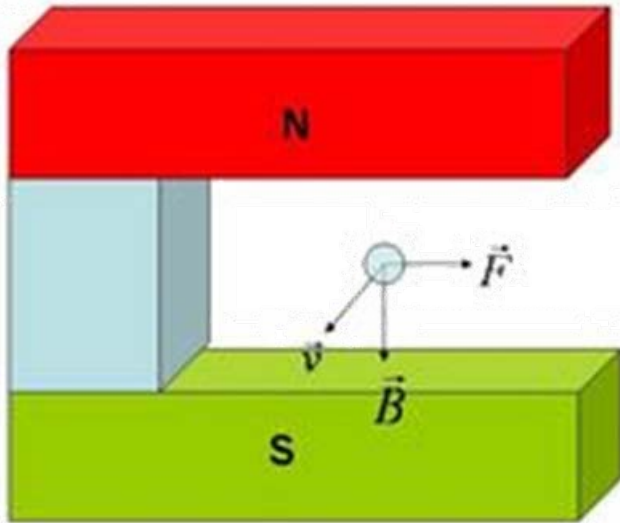
B wird in der SI-Einheit **Tesla [T]** gemessen.

Dabei ist μ_0 die **magnetische Feldkonstante**. Ihr Wert ist definiert:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$



Lorentzkraft

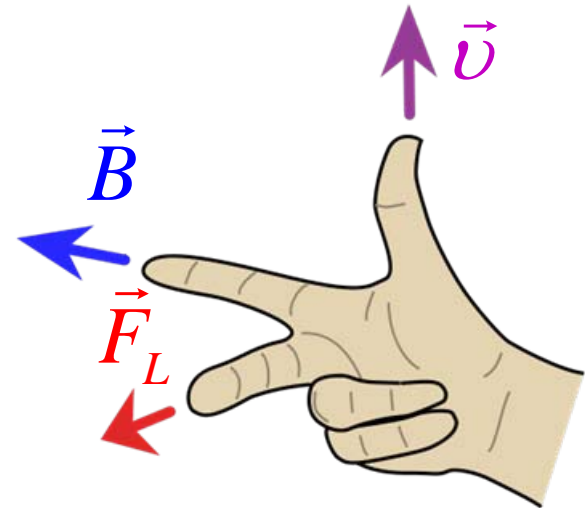


Bewegt sich eine **Ladung q** mit **Geschwindigkeit \vec{v}** durch ein **Magnetfeld \vec{B}** , erfährt es eine **Kraft senkrecht zu Bewegungs- und Magnetfeldrichtung**. Für die **Lorentzkraft F_L** gilt:

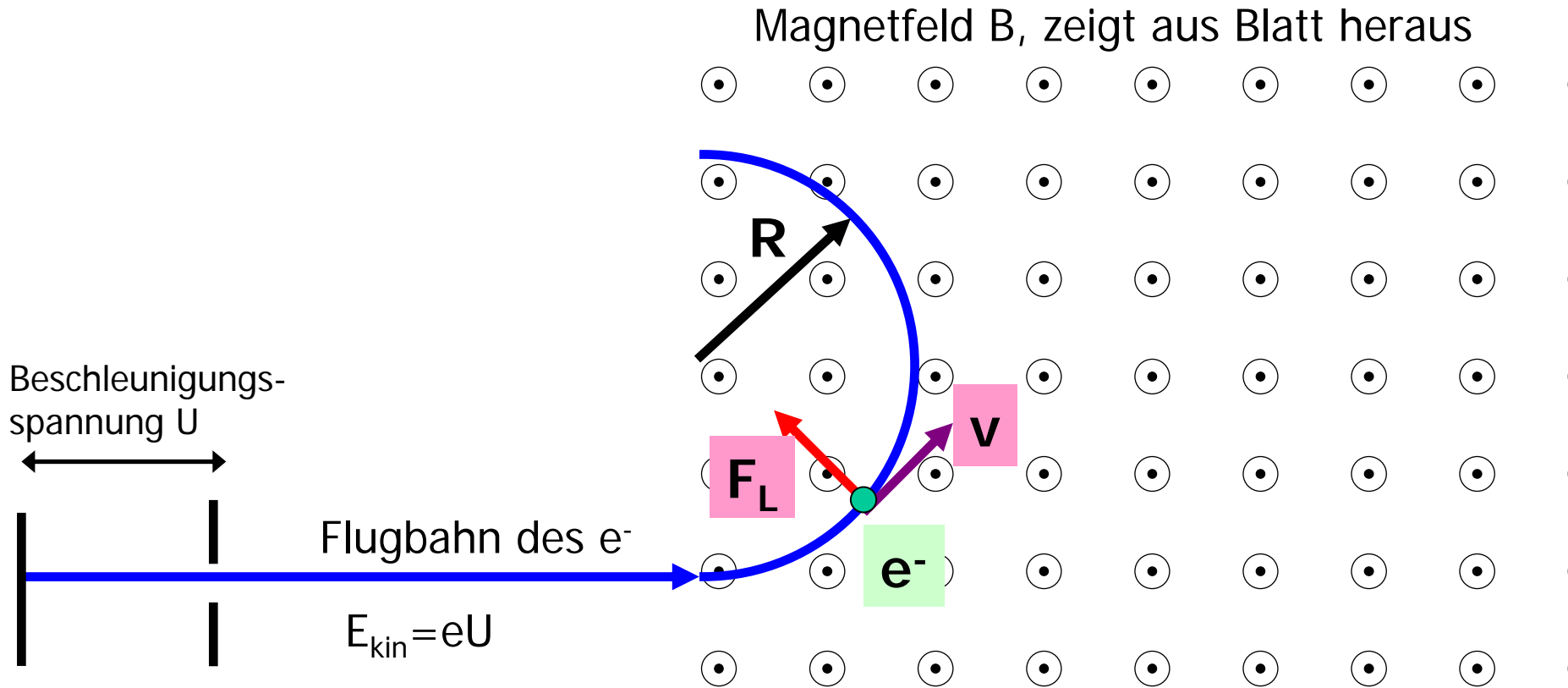
$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Für eine **positive Ladung q** kann die Krafrichtung mit der **Rechte-Hand-Regel** bestimmt werden.

Bei einer **negativen Ladung $-q$** kann entsprechend die **linke Hand** verwendet werden.



Lorentzkraft: Ablenkung eines Elektrons im homogenen Magnetfeld



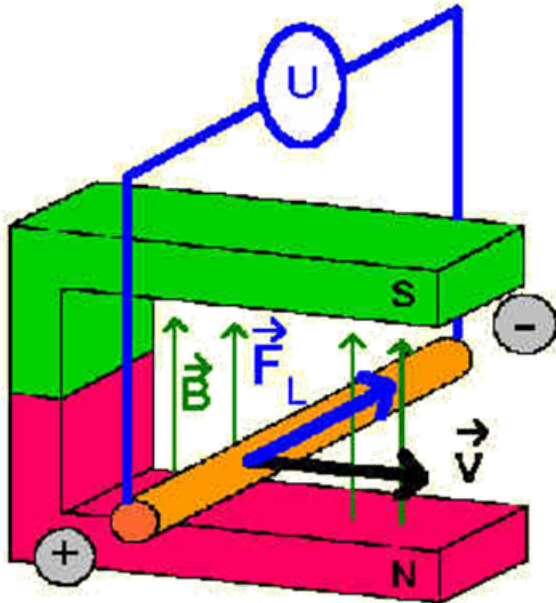
Lorentzkraft = Zentrifugalkraft

$$qvB = m v^2/R \quad \rightarrow \quad R = mv/qB$$

Induktionsgesetz

Die **Lorentzkraft** bewirkt einen wichtigen Effekt: **Die Induktion**

Bewegt sich ein **Leiter mit Geschwindigkeit v** durch ein **Magnetfeld B** erfahren die freien Ladungsträger, die freien **Elektronen im Metall**, eine **Lorentzkraft** und bewegen sich **quer zur Bewegungsrichtung** und **senkrecht zum Magnetfeld**.

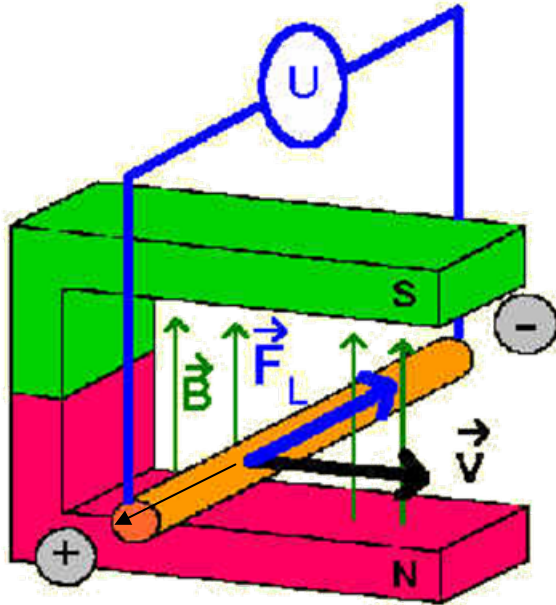


Elektronen sind **negativ geladen**, und werden, in der Zeichnung links, durch die Lorentzkraft in die Blattebene hineingedrückt.

Es entsteht am Ende des Leiters ein **Minuspole**. Da diese Elektronen am Anfang des Leiters nun fehlen, entsteht dort ein **Pluspol**.

Durch die Bewegung des Leiters durch das Magnetfeld werden also Ladungen getrennt, so dass an den Enden des Leiters (bzw. Rändern eines scharf begrenzten Magnetfelds) eine **elektrische Spannung** entsteht, die als **Induktionsspannung** bezeichnet wird.

Induktionsgesetz



Die **Induktionsspannung** lässt sich berechnen.

Im Gleichgewicht heben sich die Lorentzkraft und die Kraft welche durch das induzierte E-Feld auf eine Ladung q wirken auf:

$$q \cdot \vec{E} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{mit } E = \frac{U}{l}$$

Und damit folgt für die **Induktionsspannung** U_{ind} :

$$U_{ind} = vB \cdot l$$

Beispiel: Flugzeug im Erdmagnetfeld

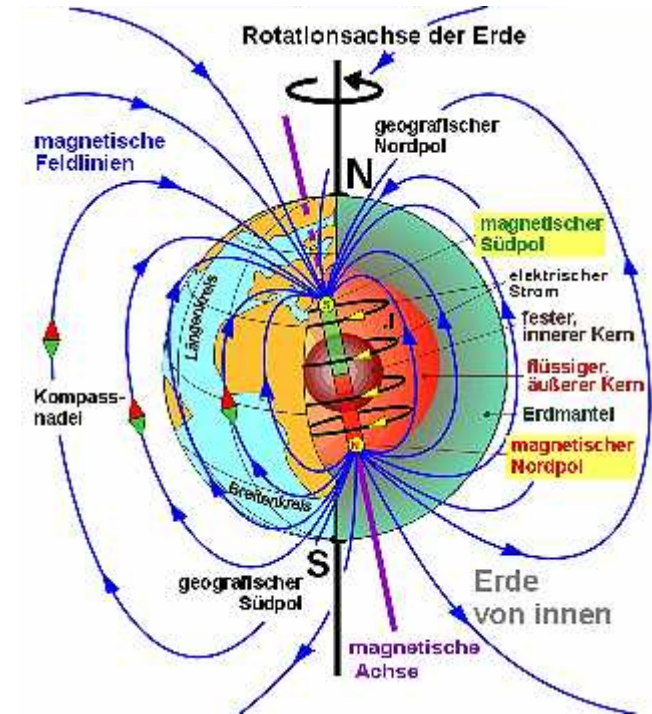
Ein **Flugzeug** fliegt mit **1000 km/h** senkrecht zum Magnetfeld der Erde.

Wie gross ist die zwischen den Spitzen der Tragflächen **induzierte Spannung**, wenn die **Flügelspannweite 70 m** beträgt?

Wobei $B_{\text{Erde}} = 50 \mu\text{T}$.

$$\begin{aligned} U_{\text{ind}} &= sB\ell \\ &= 70 \text{ m} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot 1000 \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \\ &\approx 1 \text{ V} \end{aligned}$$

Eine Spannung von 1 V ist für Flugzeuge nicht Besorgnis erregend.



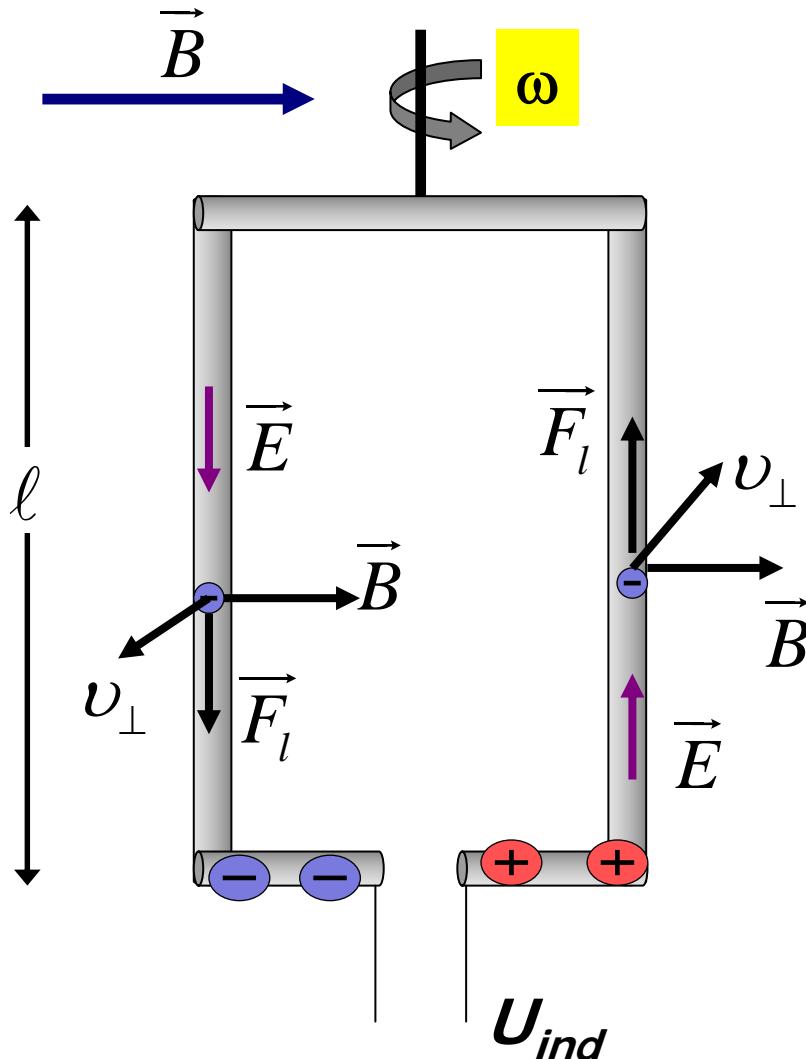
Am Äquator hat das Magnetfeld eine Stärke von ca. $30 \mu\text{T}$.

An den Polen ist der Betrag doppelt so groß.

In Mitteleuropa sind es ca. $48 \mu\text{T}$, wobei ca. $20 \mu\text{T}$ in der horizontalen und ca. $44 \mu\text{T}$ in der vertikalen Richtung auftreten.

Erzeugung einer Wechselspannung (Dynamo)

Bsp: Leiterschleife wird in einem homogenen Magnetfeld B gedreht



Vertikale Teilstücke:

Lorenzkraft F_l parallel zum Leiter

-> Ladungsbewegung entlang Leiter

-> Aufbau eines elektrischen Feldes, E

Horizontale Teilstücke:

Lorenzkraft senkrecht zum Leiter

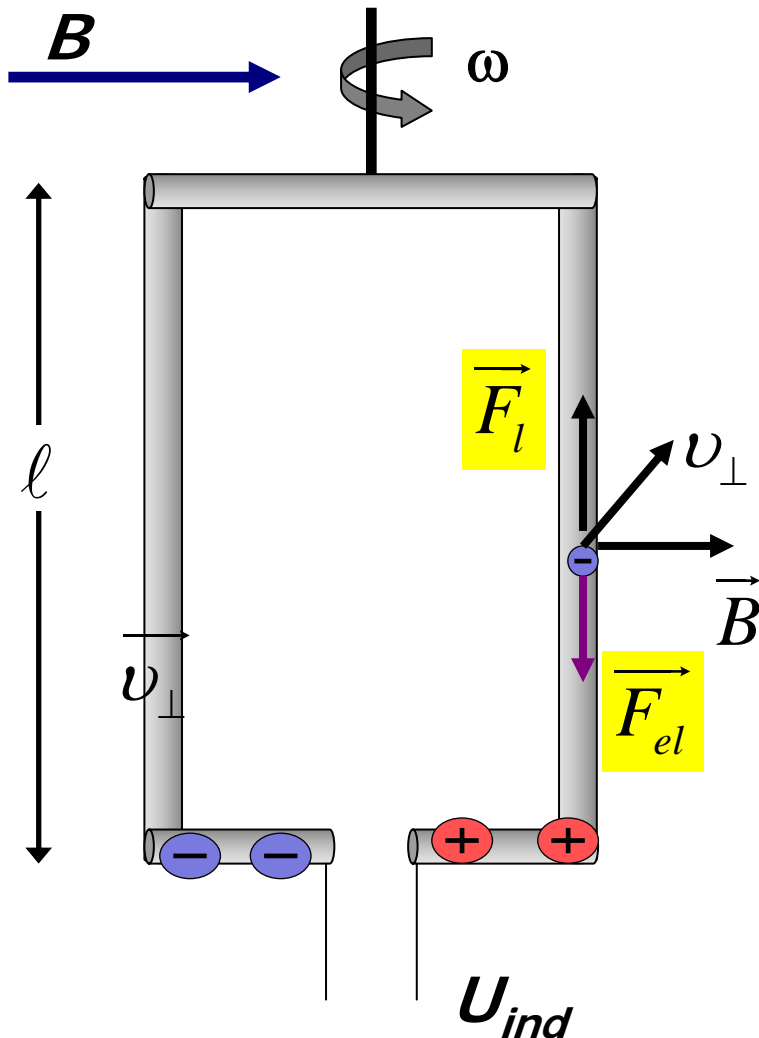
-> Keine Ladungsbewegung entlang
des Leiters

-> Kein elektrisches Feld entlang
des Leiters

Induzierte Spannung (kein Beitrag von
horizontalen Stücken)

$$U_{ind} = 2l \cdot E$$

Erzeugung einer Wechselspannung (Dynamo)



Im Kräftegleichgewicht gilt

$$F_{el} = F_l$$

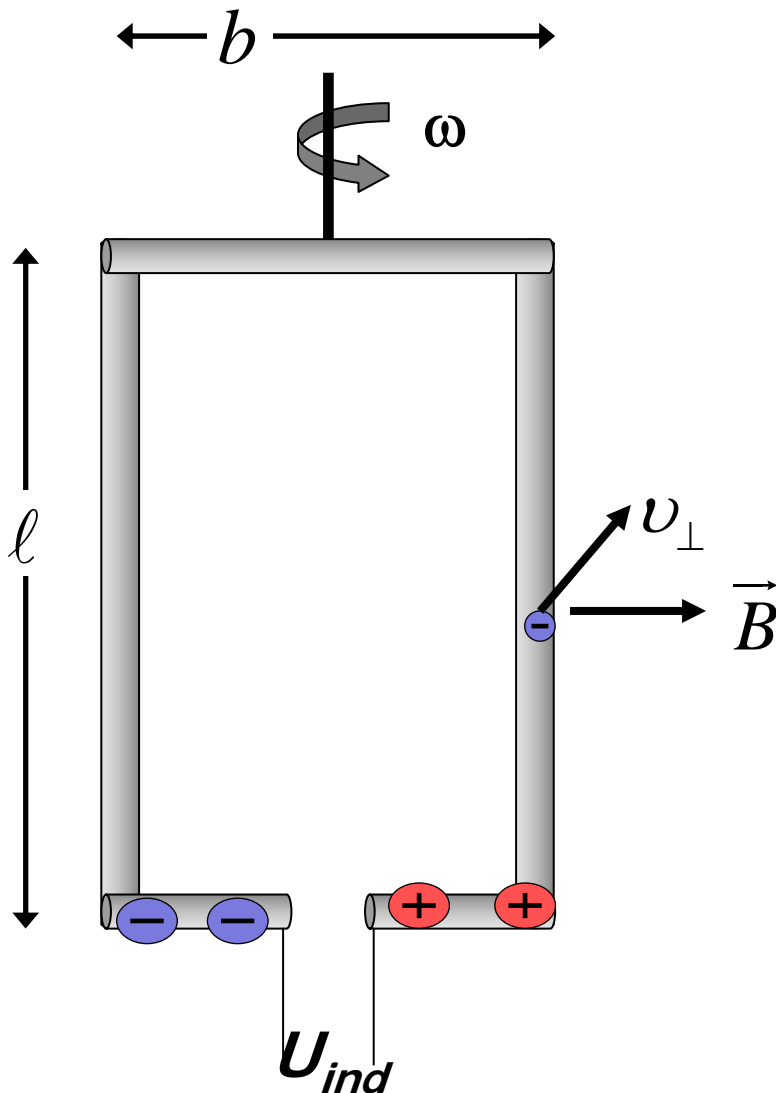
$$q \cdot E = q \cdot v_{\perp} \cdot B \quad \text{mit } E = \frac{U_{ind}}{2l}$$

und damit

$$U_{ind} = 2l \cdot v_{\perp} \cdot B$$

Betrachten nur Geschwindigkeit senkrecht zu B-Feld, v_{\perp} da für parallelen Anteil Lorenzkraft verschwindet

Erzeugung einer Wechselspannung (Dynamo)

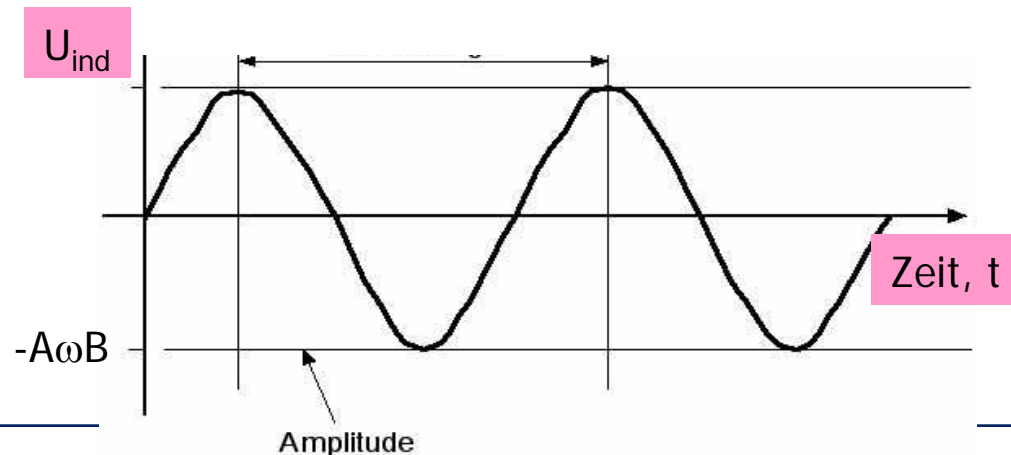


$$U_{ind} = 2l \cdot v_{\perp} \cdot B$$

$$\text{Mit } v_{\perp} = \frac{b}{2} \cdot \omega \sin \omega t$$

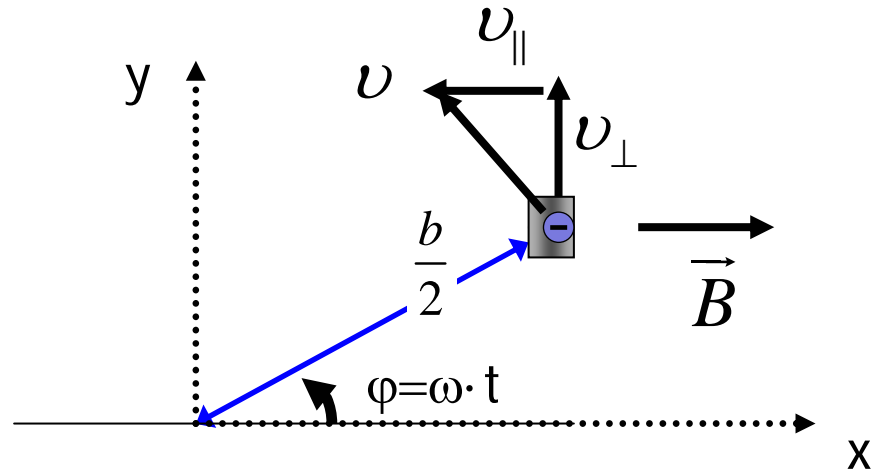
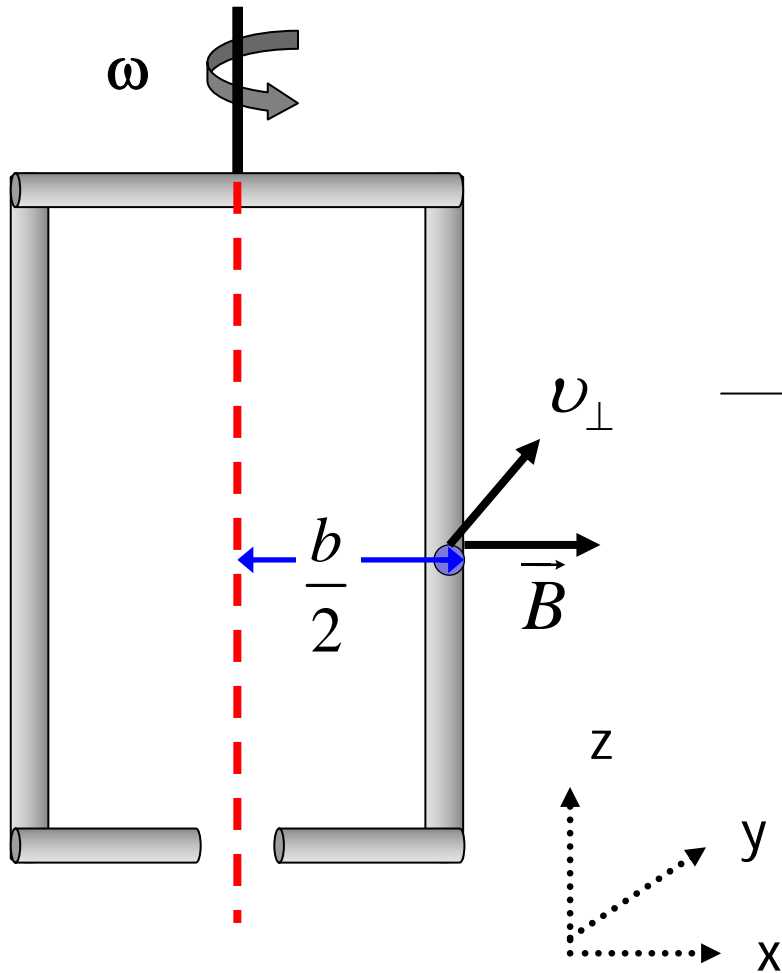
$$\text{Mit Fläche } A = l \cdot b$$

$$U_{ind} = l \cdot b \cdot \omega \sin \omega t \cdot B$$
$$= A \cdot \omega \cdot B \cdot \sin \omega t$$



Erzeugung einer Wechselspannung (Dynamo)

Wie gross ist die Geschwindigkeit der Ladung senkrecht zum Magnetfeld, v_{\perp} ?



$$|\vec{v}| = \frac{b}{2} \omega$$

$$v_{\perp} = |\vec{v}| \cdot \sin \varphi$$

$$= \frac{b}{2} \omega \cdot \sin \omega t$$

Induktionsgesetz: Der Dynamo

Wird eine Schleife in einem Magnetfeld gedreht, stellt sich an den Leiterenden eine Wechselspannung U_{ind} ein.

$$U_{ind} = AB\omega \sin \omega t$$

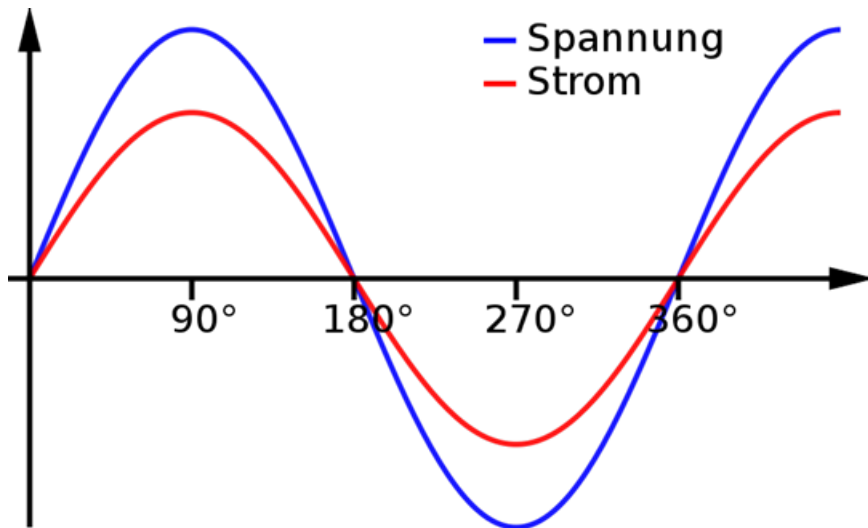
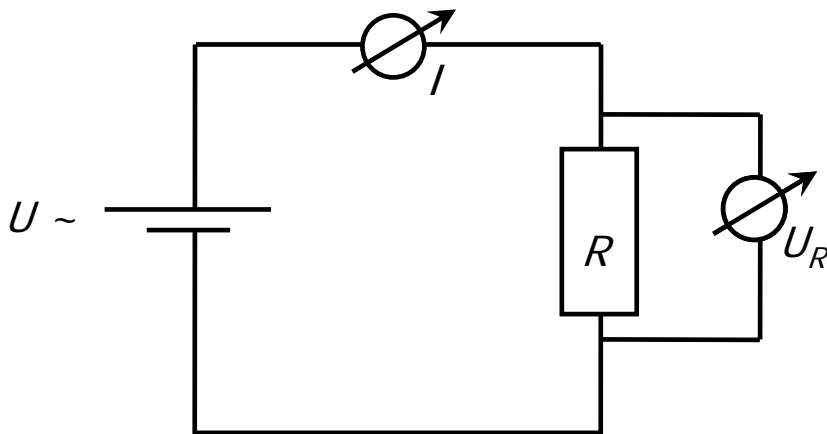
$A = b\ell$ die Fläche der Schleife

Die Amplitude der Wechselspannung U_{ind} ist umso grösser, je grösser die **Leiterfläche A** , je stärker das **magnetische Feld B** , und je schneller gedreht wird \rightarrow **Winkelgeschwindigkeit ω** .

Dieses Prinzip des Dynamos wird allgemein zur **Herstellung von Wechselspannung** verwendet: **Fahrrad Beleuchtung, Wasserkraftwerk, AKW.**

Wechselströme

Wird ein Stromkreis mit einer **Wechselspannung** gespeisen, stellt sich ein **Wechselstrom** ein:



Für die **Spannung** U_R gilt: $U \sim = U_R$

$$U = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi)$$

\hat{U} Amplitude
 ω Kreisfrequenz
 $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ Frequenz
 φ Phase

Den **Strom** I lässt sich aus dem Ohm'schen Gesetz bestimmen: $U=RI$

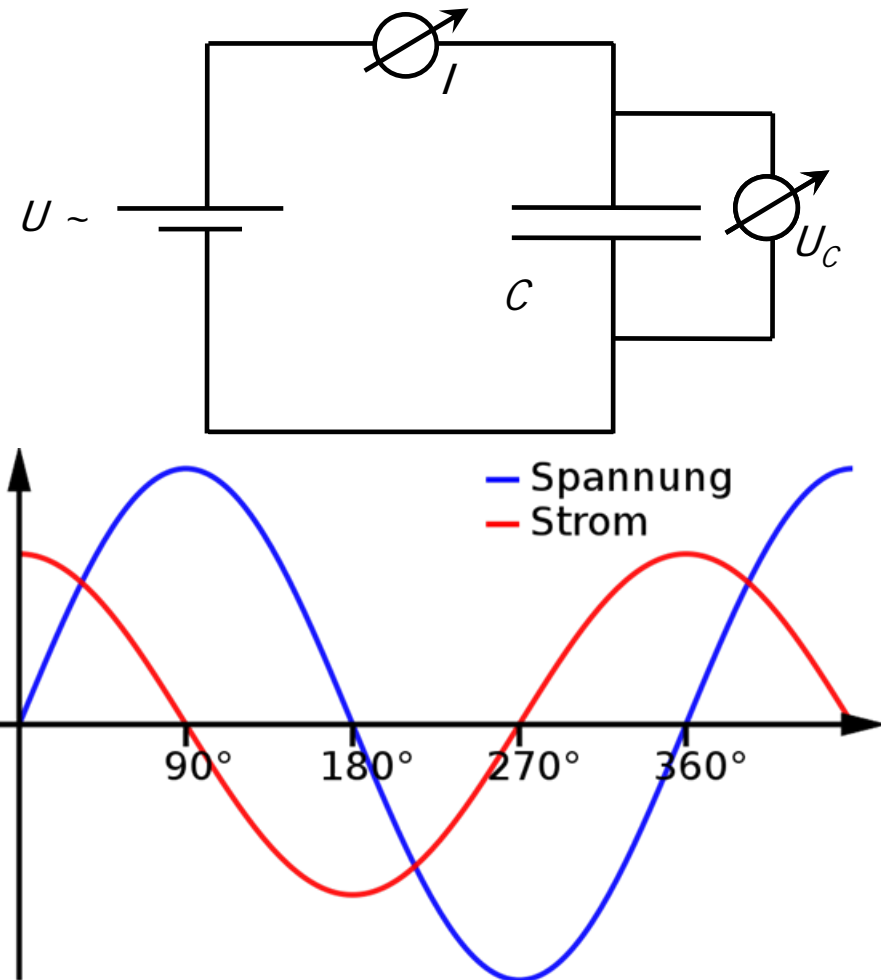
$$I = \frac{U}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$I = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{R} \quad \text{Amplitude}$$

Wechselstrom an Kondensator

Wird eine **Wechselspannung** an einen Kondensator angelegt, wird dieser unentwegt geladen und entladen. Auch hier stellt sich ein **Wechselstrom** ein:



Für die **Spannung** U_C gilt: $U \sim = U_C$

Weiter gilt: $Q = CU$

$$\begin{aligned} I &= \frac{dQ}{dt} = \frac{dCU}{dt} = C \frac{dU}{dt} = C \frac{d}{dt} \hat{U} \sin(\omega t + \varphi) \\ &= C \hat{U} \cos(\omega t + \varphi) \cdot \frac{d}{dt}(\omega t + \varphi) \\ &= C \hat{U} \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

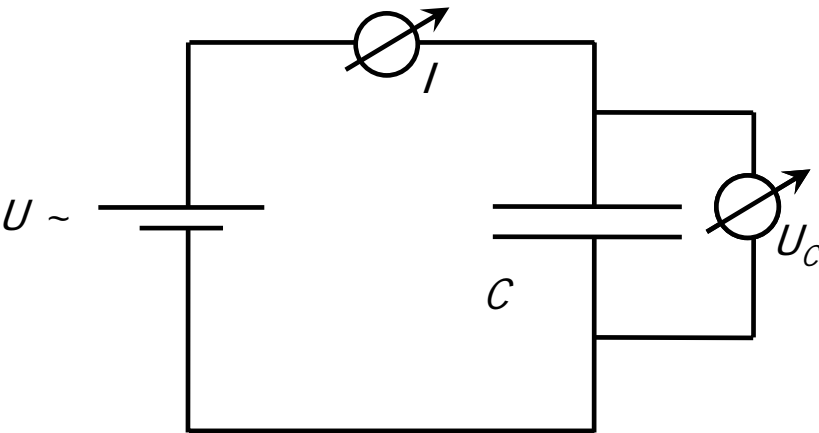
$$I = \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{mit: } \hat{I} = C \hat{U} \omega$$

Je höher die Frequenz der angelegten Wechselspannung, um so grösser die Amplitude des Wechselstroms.

Strom und Spannung sind zueinander phasenverschoben.

Wechselstrom an Kondensator

Man kann nun einen **Wechselstromwiderstand** definieren. Dieser ist **frequenzabhängig**:



$$I = \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\hat{I} = C \hat{U} \omega = \frac{\hat{U}}{R_C} \quad \text{Amplitude}$$

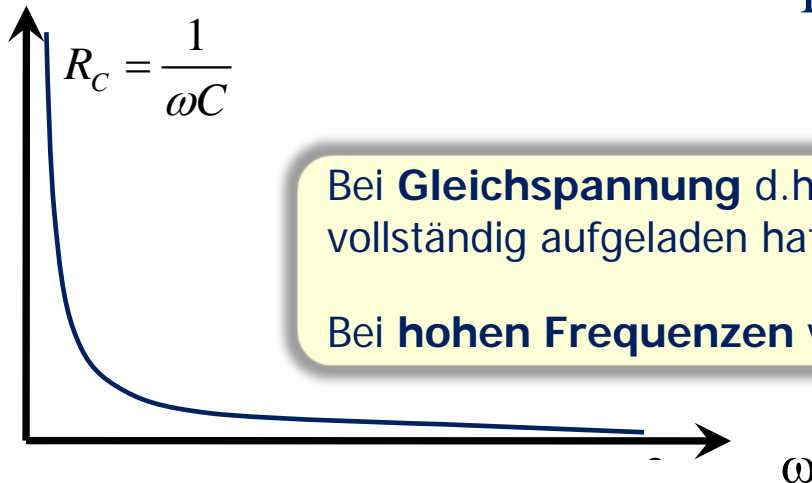
$$R_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{Wechselstromwiderstand}$$

damit gilt das Ohm'sche Gesetz auch für
Kondensatoren:

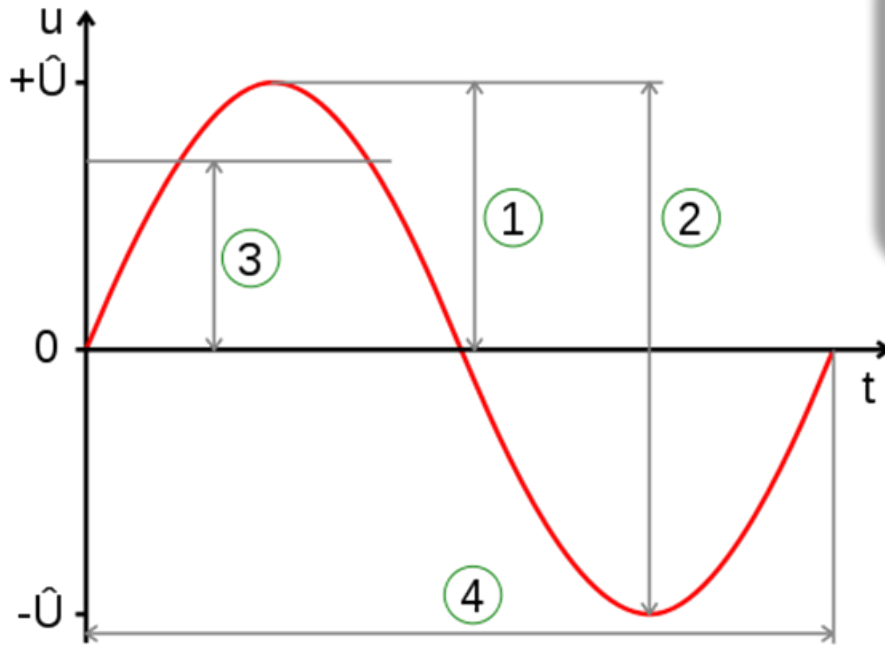
$$U_C = R_C \cdot I_C$$

Bei **Gleichspannung** d.h. $\omega=0$, fließt, nach dem sich der Kondensator vollständig aufgeladen hat, **kein Strom**: $R_C = \infty$.

Bei **hohen Frequenzen** verschwindet der Wechselstromwiderstand: $R_C \rightarrow 0$.



Strom aus der Steckdose



Weltweit ist die **Stromversorgung** in Haushalten durch **Wechselspannung** gewährleistet.

$$U = \hat{U} \sin(\omega t) = \hat{U} \sin(2\pi \nu t)$$



Für die **Schweiz** gilt:

① \hat{U} Scheitelspannung $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff} = 340 \text{ V}$

② $2\hat{U}$ Spitze-Spitze-Spannung $2\hat{U} = 680 \text{ V}$

③ U_{eff} Effektivspannung $U_{eff} = 240 \text{ V}$

④ T Periodendauer $T = 20 \text{ ms} \rightarrow \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \text{ ms}} = 50 \text{ Hz}$

$$\rightarrow \omega = 2\pi \nu = 314 \text{ s}^{-1}$$

Gefahren für den Menschen

Der **Stromfluss** durch den **menschlichen Körper** kann physikalische und physiologische Wirkungen hervorrufen.

Physikalische Wirkung	Äussere Verbrennungen Innere Verbrennungen Flüssigkeitsverluste und Verkochung Blendung bei Lichtbögen
Physiologische Wirkung	Muskelkontraktion Nervenerschütterungen Muskelverkrampfung Blutdrucksteigerung Herzstillstand Vorhofflimmern Herzkammerflimmern

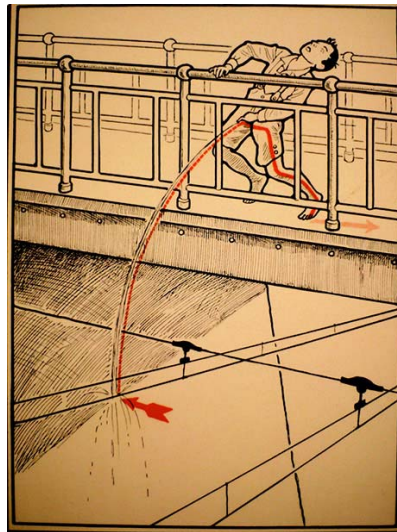


Stromwege durch den menschlichen Körper



Je nach Stromweg ist der Widerstand durch den Körper ein anderer.

Bei einem Stromweg Linke Hand zu beiden Füßen kann ein **Körperwiderstand** von **1000 Ohm** angenommen werden.



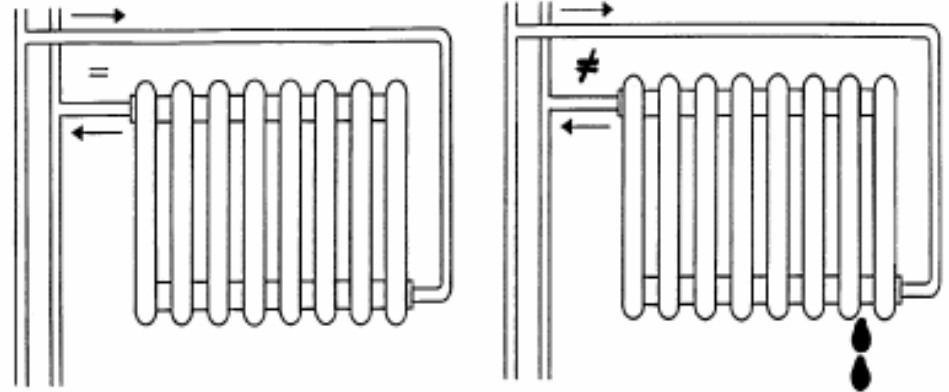
Bei einer Spannung von **240 V** bedeutet dies eine Stromstärke von

$$I = U/R = 240 \text{ mA}$$

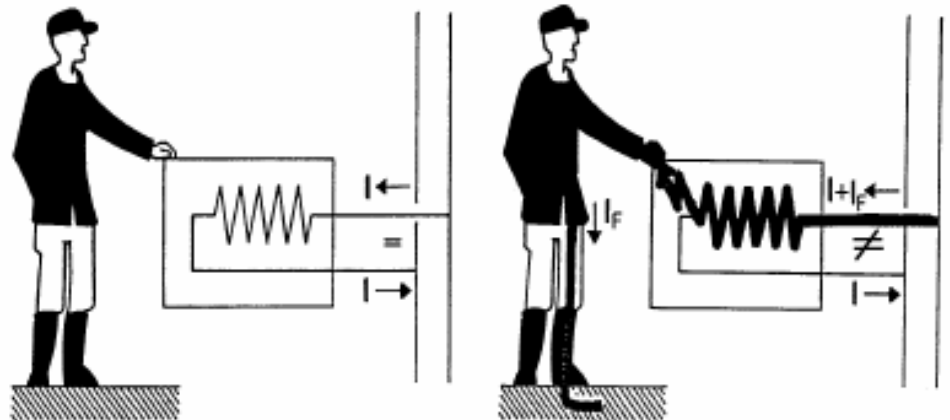
Fehlstromschutzschalter

FI – Sicherung

Analogbeispiel Wasserkreislauf
Es fließt gleich viel Wasser in das Heizelement hinein, wie heraus.
Es sei denn, es gibt irgendwo ein Leck, wo Wasser heraustritt.
Dann gilt: $Q_{\text{ein}} > Q_{\text{aus}}$



Bei einem Stromkreislauf ist der einfließende Strom genau gleich wie der rückfließende Strom, es sei denn, irgendwo fließt Strom weg.
Eine FI—Sicherung misst die Differenz $\Delta I = I_{\text{ein}} - I_{\text{rück}}$.
Normalerweise ist $\Delta I = 0$.
Sobald $\Delta I \neq 0$ wird, wird die Stromzufuhr unterbrochen.



In der Praxis wird bei $\Delta I > 30\text{mA}$ während $\Delta t > 20\text{-}40\text{ ms}$ die Stromzufuhr unterbrechen.

Gefahren für den Menschen

Die Bedingungen für das Auftreten bestimmen die Höchstzulässigen Körperströme.

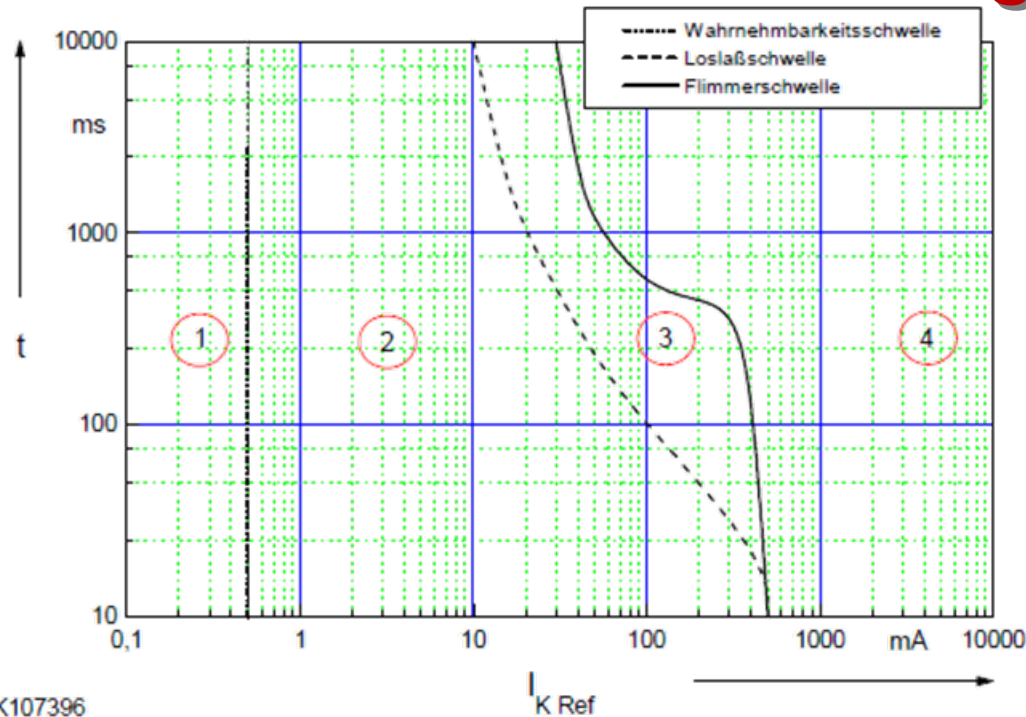
Dabei kommt es verschiedene Faktoren an:

- 1) **Stromstärke**
- 2) **Einwirkdauer des Stroms**
- 3) **Stromweg durch den Körper (Stromdichte am Herzen)**
- 4) **Stromart (Gleichstrom, Wechselstrom, Frequenz)**

Niederfrequenter Wechselstrom kann schon bei einer Stromstärke von **50 mA** zum Tode durch Kammerflimmern führen, da bei der in der Schweiz und anderen europäischen Staaten üblichen Frequenz von **50 Hz Wechselstrom 100 mal pro Sekunde auf die empfindliche Phase des Herzmuskels eingewirkt wird.**

Die Verdopplung ergibt sich durch den Umstand, dass sowohl die positive als auch negative Halbwelle des Wechselstromes biologisch wirkt.

Wechselstrom – Gefährdungsbereich



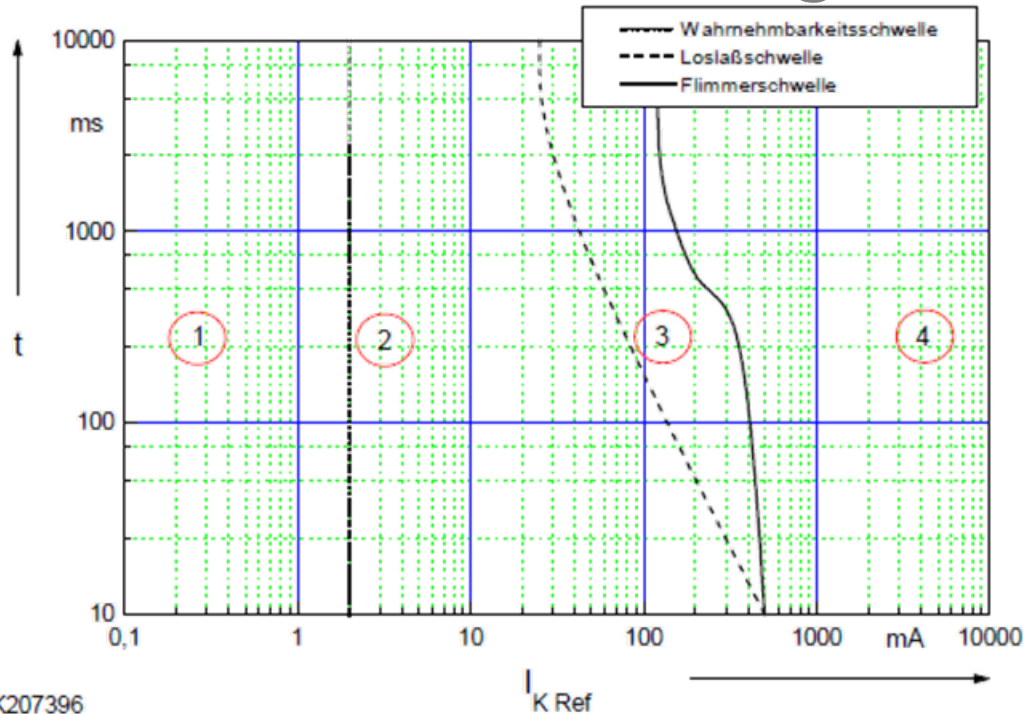
Tödlich ab 20 mA

SK107396

Zeit-Strom-Gefährdungsbereich, bei 50 Hz Wechselstrom, für Erwachsene. Stromweg „linke Hand zu beiden Füßen“

- 1) Gewöhnlich keine Wahrnehmung
- 2) Gewöhnlich keine schädliche Wirkung
- 3) Gewöhnlich kein organischer Schaden zu erwarten; Herzstillstand ohne Herzkammerflimmern möglich, bei $t > 10$ s Muskelverkrampfung und Atembeschwerden möglich
- 4) Herzkammerflimmern wahrscheinlich, Herzstillstand, Atemstillstand, schwere Verbrennungen möglich

Gleichstrom – Gefährdungsbereich



**Zeit-Strom-Gefährdungsbereich, bei Gleichstrom, für Erwachsene.
Stromweg „linke Hand zu beiden Füßen“ mit Pluspol an den Füßen.**

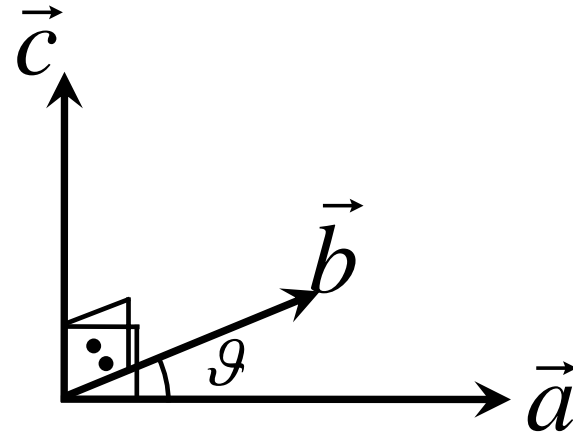
- 1) Gewöhnlich keine Wahrnehmung
- 2) Gewöhnlich keine schädliche Wirkung
- 3) Gewöhnlich kein organischer Schaden zu erwarten; Herzstillstand ohne Herzkammerflimmern möglich, bei $t > 10$ s Muskelverkrampfung und Atembeschwerden möglich
- 4) Herzkammerflimmern wahrscheinlich, Herzstillstand, Atemstillstand, schwere Verbrennungen möglich

Appendix: Das Vektorprodukt

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

\vec{c} steht senkrecht auf \vec{a} und \vec{b} .

$$\Rightarrow \vec{c} \perp \vec{a} \text{ und } \vec{c} \perp \vec{b}$$



Für die Länge (Betrag) von \vec{c} gilt:

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \vartheta$$

vereinfachte Schreibweise:

$$c = a \cdot b \cdot \cos \vartheta$$

Für Spezialisten

Magnetischer Fluss und Induktion

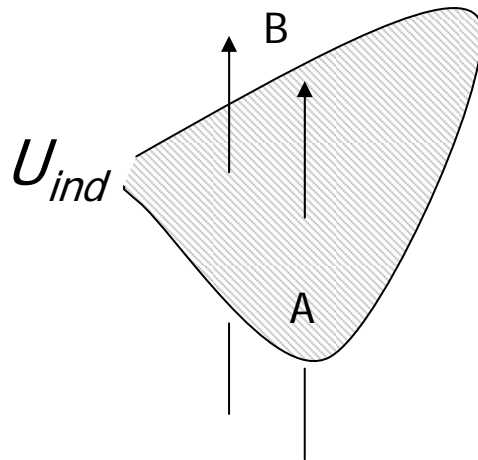
Erzeugung einer Wechselspannung (Dynamo)

Leiterschleife einem Magnetfeld B

Spezialfall (drehende Leiterschleife in homogenem Magnetfeld):

$$U_{ind} = (A \cdot \omega \sin \omega t) \cdot B = B \cdot \frac{d}{dt} A$$

Allgemein:
$$U_{ind} = -\frac{d}{dt} (\vec{A} \cdot \vec{B})$$
 (Negatives Vorzeichen: induzierte Spannung wirkt der Ursache entgegen)

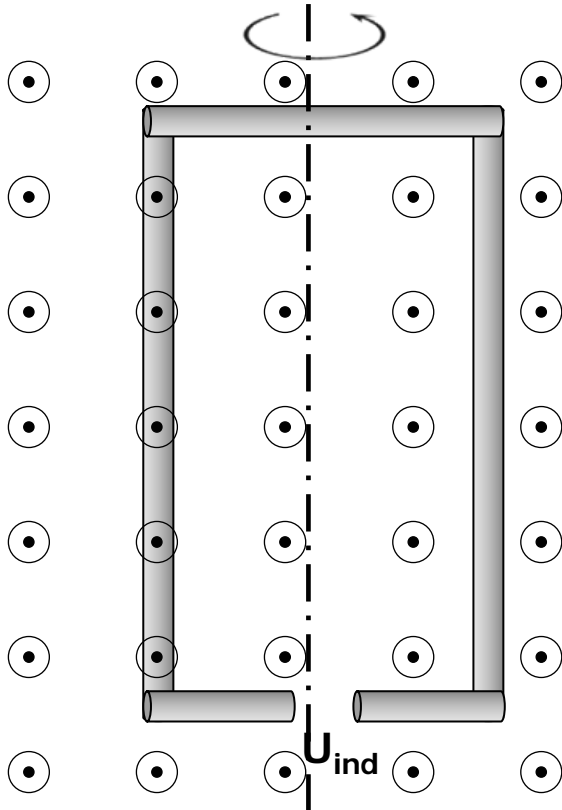


Die induzierte Spannung in einer Leiterschleife entspricht der zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses durch die Leiterfläche:

- Drehen der Schleife (Bsp: Generator)
- zeitlich variables Magnetfelds (Bsp: Selbstinduktion Spule)

Induktionsgesetz bei einer Leiterschleife

Ändert sich der **magnetische Fluss** Φ durch die Leiterschleife (zBsp durch eine Rotation der Schleife), wird solange eine **Spannung induziert**, wie die Änderung des Flusses aufrecht erhalten wird.



B (aus der Blattebene heraus)

Der **magnetische Fluss** ist definiert als **Skalarprodukt** des **magnetischen Feldvektors B** mal den **Flächenvektor** der **Schleifenfläche A**.

Der Flächenvektor A hat den Betrag der von den magnetischen Feldlinien durchflossenen Schleifenfläche und zeigt senkrecht von dieser Fläche nach aussen.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

Für Spezialisten:

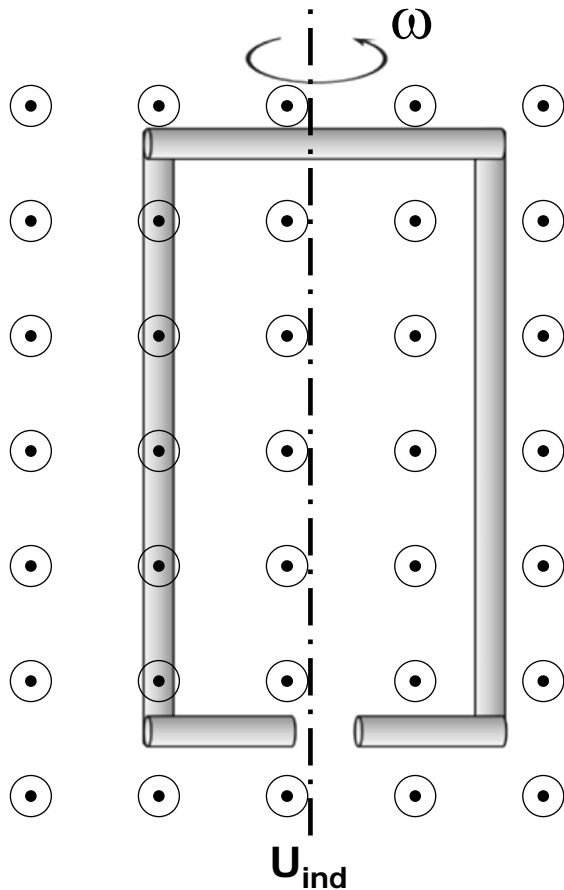
Der magnetische Fluss muss i.A. durch ein Flächenintegral bestimmt werden.

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Dies ist dann wichtig, wenn die Schleife nicht einer Ebene liegt, oder wenn die Schleife sich deformiert.

Induktionsgesetz: Dynamo

Die **Induzierte Spannung** U_{ind} ist gerade die **zeitliche Änderung des magnetischen Fluss**



$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Damit lässt sich U_{ind} für eine sich drehende **Leiterschleife** berechnen.

Die Winkelgeschwindigkeit sei ω . Wobei gilt:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

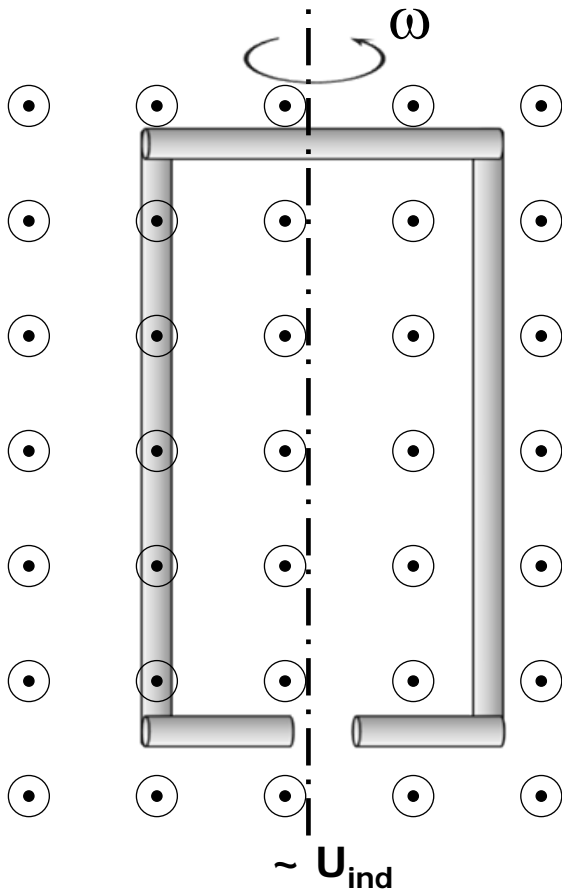
φ ist dabei der Winkel zwischen dem **Flächenvektor A** der Leiterschleife und dem **Magnetfeldvektor B**.

Wird gleichmässig gedreht, gilt:

$$\varphi = \omega \cdot t$$

Induktionsgesetz: Dynamo

U_{ind} für eine sich drehende Leiterschleife:



$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \varphi$$

und somit:

$$\begin{aligned} -\frac{d\Phi}{dt} &= -\frac{d}{dt}(BA \cos \varphi) \\ &= +BA \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \\ &= BA\omega \sin \varphi \\ &= BA\omega \sin \omega t \end{aligned}$$

und damit:

$$U_{\text{ind}} = BA\omega \sin \omega t$$

Es stellt sich eine **Wechselspannung** ein. Die Amplitude ist umso grösser, **je schneller gedreht** wird, **je grösser die Leiterfläche** ist, und **je stärker das Magnetfeld** ist.