

Konzeptvorlesung

1. Jahr – Block 1 – Woche 6

Hilfsmittel Mikroskopie

Physik

Prof. Fortunat Joos



Transmissions-
elektronenmikroskop



*eigenthum von Prof. Zehender
Freiburg 1895*
PHYSIK. INSTITUT
DER UNIVERSITÄT
FREIBURG

Erstes Röntgenbild
aus dem Jahr 1895

Optik → Bildgebende Verfahren

Grundprinzipien der Optik bilden eine wichtige Voraussetzung, um eine Reihe von bildgebenden Verfahren zu verstehen.

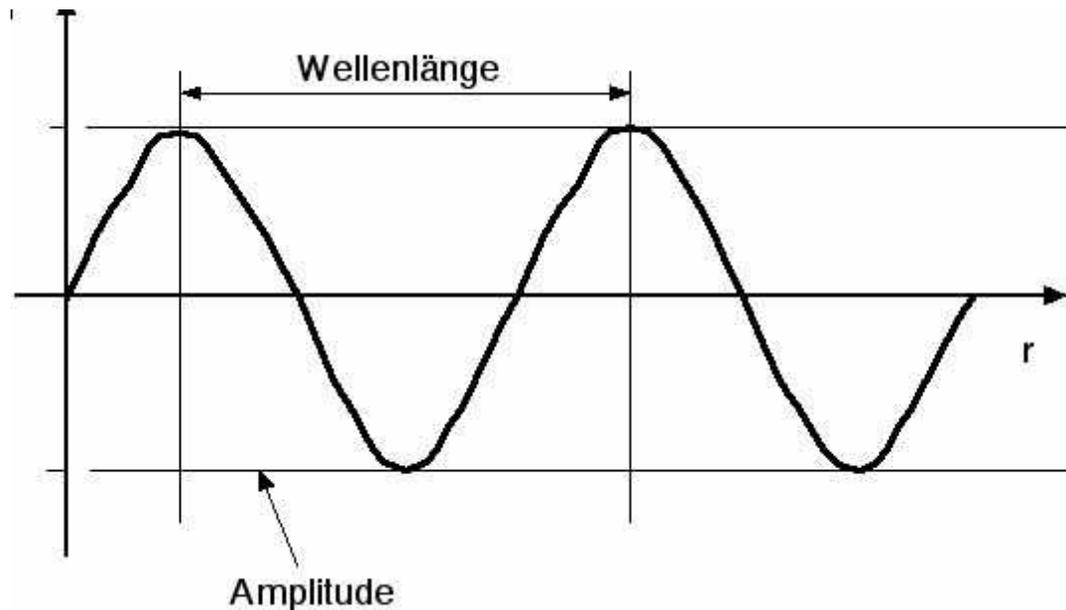
In der Medizin kommen z. Bsp. Mikroskopie, Endoskopie, Tomographie oder Röntgendiagnostik zum Einsatz.

Thema dieser Vorlesung sind die geometrische Optik und die Wellenoptik und damit verbundene Phänomene und Gesetze.

Wellen: Ausbreitungsgeschwindigkeit, Wellenlänge, Frequenz

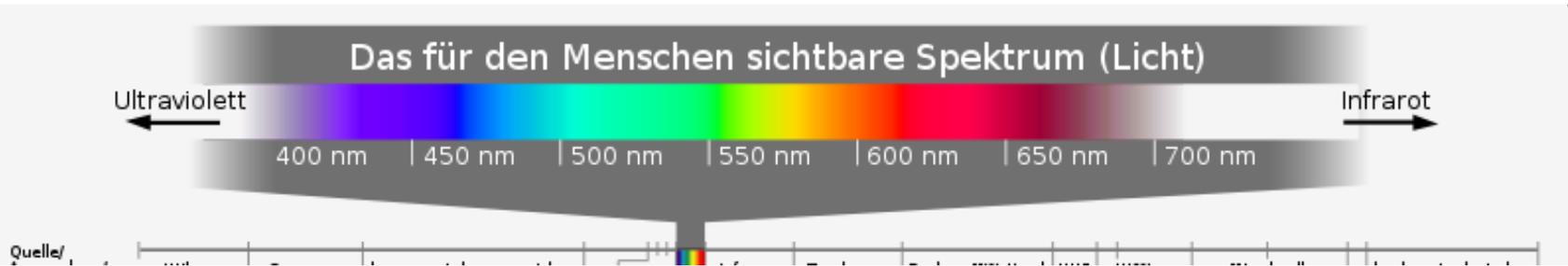
Für alle Wellen sind die Ausbreitungsgeschwindigkeit c , Wellenlänge λ und Frequenz f verknüpft:

$$c = \lambda \cdot f$$



Wellenlänge

1. Bsp: elektromagnetischen Strahlung im sichtbaren Bereich; Licht



λ 780 – 360 nm für sichtbares Licht

2. Bsp: elektromagnetischen Strahlung ; Röntgenstrahlung

λ ~ 0.1 nm

3. Bsp: Welle aus Elektronen im Elektronenmikroskop

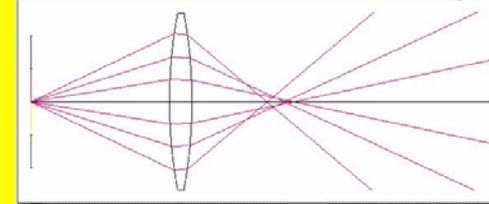
λ ~ 0.004 nm

Konsequenz der kürzeren Wellenlänge: Elektronenmikroskop hat rund 2000 mal bessere Auflösung als Lichtmikroskop (0.1 nm gegenüber 300 nm)

Geometrische Optik versus Wellenoptik

Geometrische Optik: $\lambda \ll d$

Die **geometrische Optik** oder **Strahlenoptik** ist eine Näherung; **Welleneigenschaften des Lichts werden vernachlässigt**.



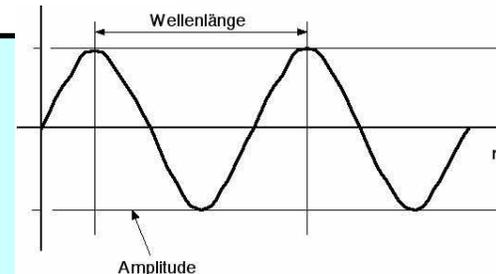
Die mit dem Licht wechselwirkenden Strukturen (Spiegel, Linsen, Blenden, ...) und die abgebildeten Objektdetails sind gross im Verhältnis zur Wellenlänge, λ , des Lichtes sind (d typische Grösse der Objektdetails).

Phänomene wie **Brechung, Reflexion und Vergrösserung** von optischen Geräten, **Strahlengang im Mikroskop** lassen sich durch die geometrische Optik beschreiben.

Licht besteht aus elektrischen und magnetischen Feldern, die sich wellenförmig ausbreiten: elektromagnetische Welle mit **Wellenlänge** λ und Frequenz f Geschwindigkeit $c = \lambda f$).

Wellenoptik: $\lambda \sim d$

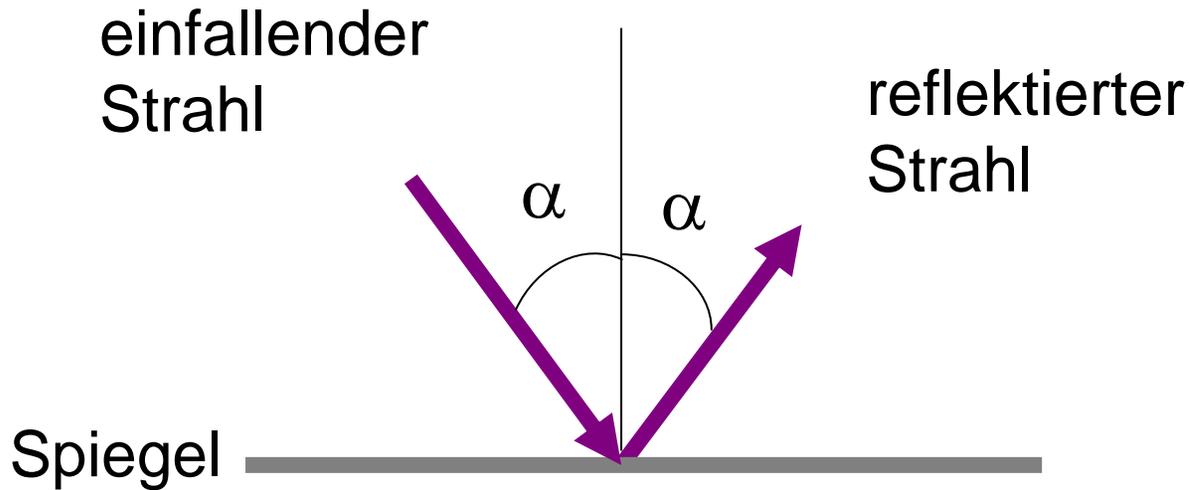
Als **Wellenoptik** bezeichnet man den Teilbereich der Optik, der sich mit der Wellennatur des Lichts beschäftigt.



Phänomene der Wellenoptik sind **Beugung, Dispersion, Interferenz, Farbe, und das Auflösungsvermögen** von optischen Geräten.

Gilt sinngemäss auch für Materiewellen (Wasser, Luft, Elektronen, Protonen, etc)

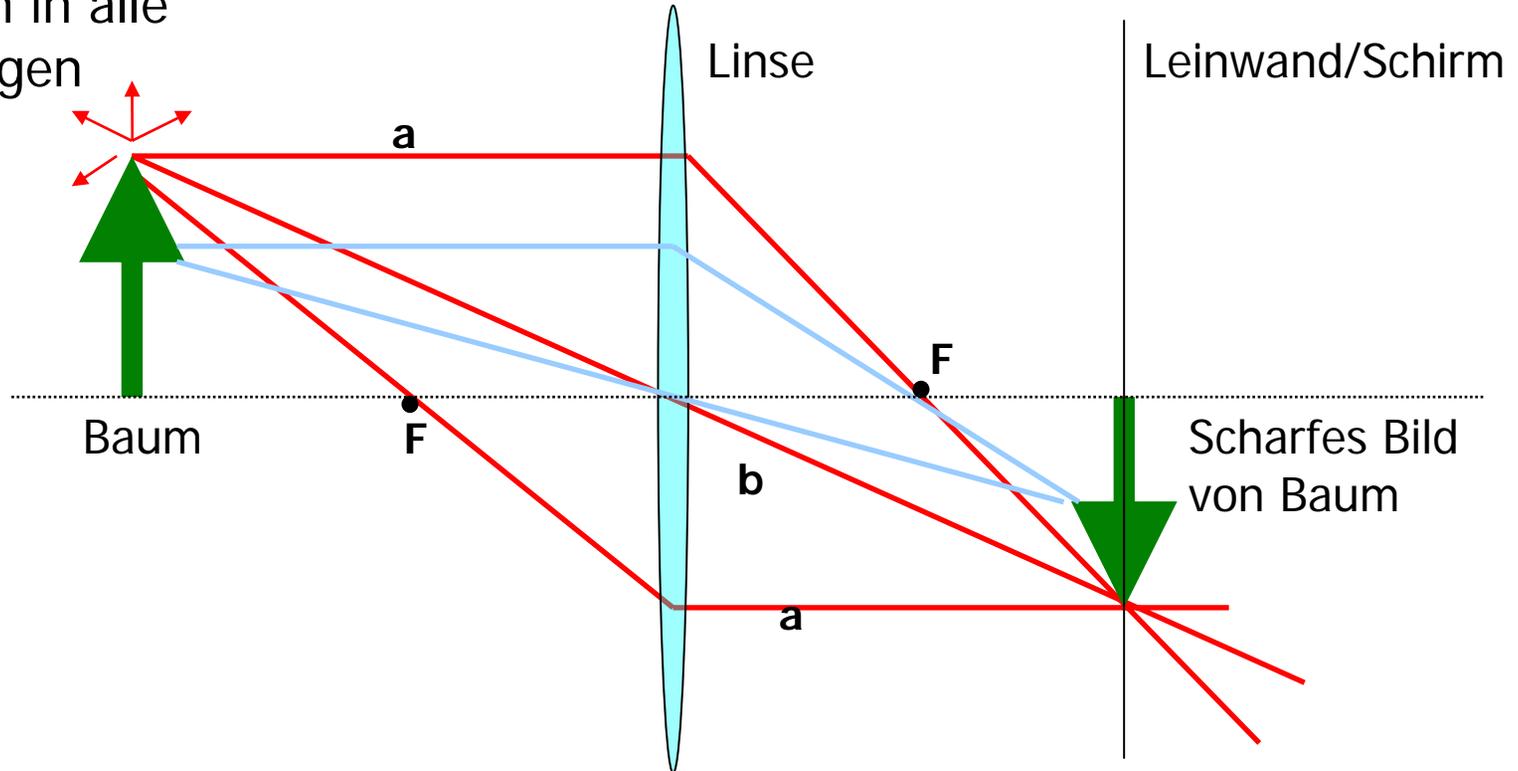
Geometrische Optik → Reflexion



Für Reflexion gilt
Einfallswinkel = Ausfallswinkel

Geometrische Optik \Rightarrow Linsen und Konstruktionshilfe für Abbildung

Strahlen in alle Richtungen



Punkt wird scharf abgebildet am Ort wo alle ausgehenden Strahlen wieder an einem einzigen Punkt zusammenfallen.

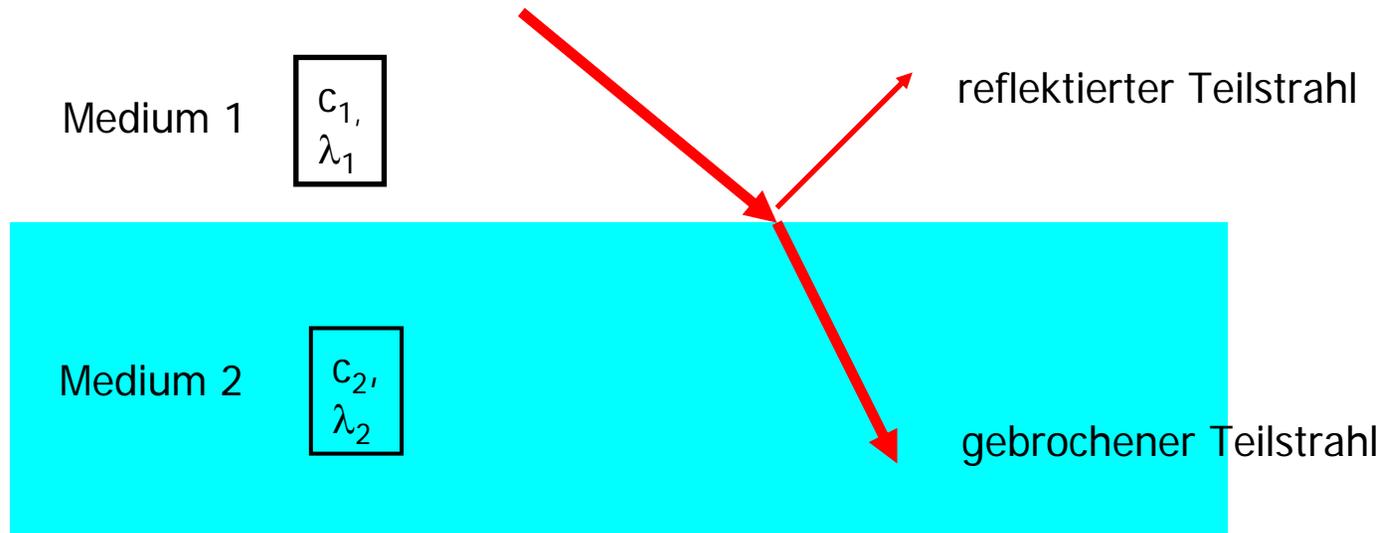
ausgewählte Strahlen zur Konstruktion:
a Parallelstrahl geht durch Brennpunkt F
b Strahl durch Linsenmittelpunkt

Geometrische Optik → Brechung

Lichtstrahlen an Grenzflächen von unterschiedlich optisch dichten Medien ändern

- Geschwindigkeit, c
- Wellenlänge, λ

Die Frequenz, f , bleibt unverändert



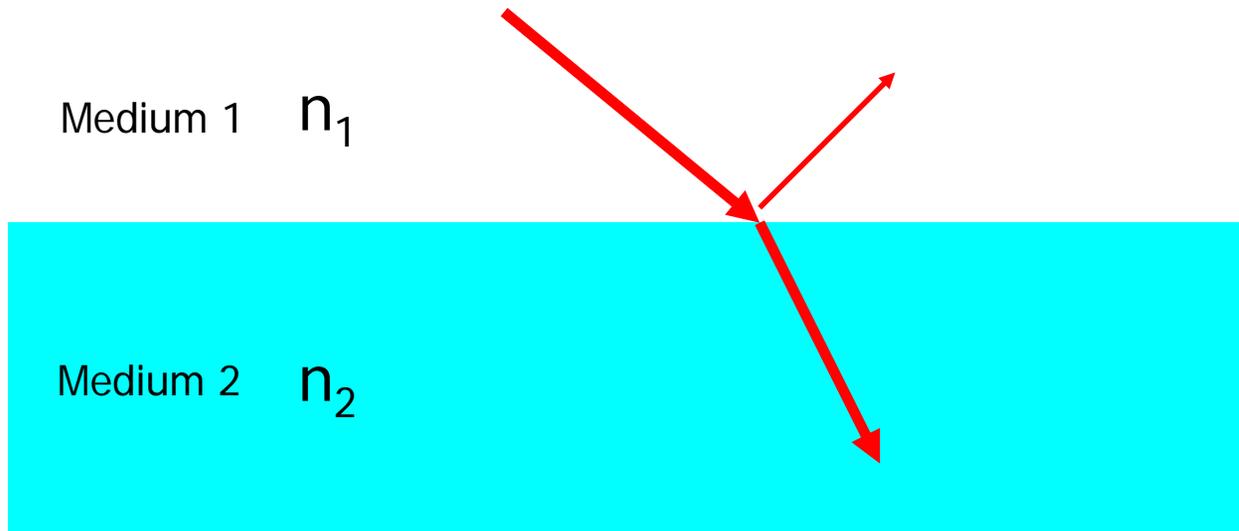
Geometrische Optik → Brechung

Eigenschaft des Mediums wird durch Brechungsindex, n , beschrieben

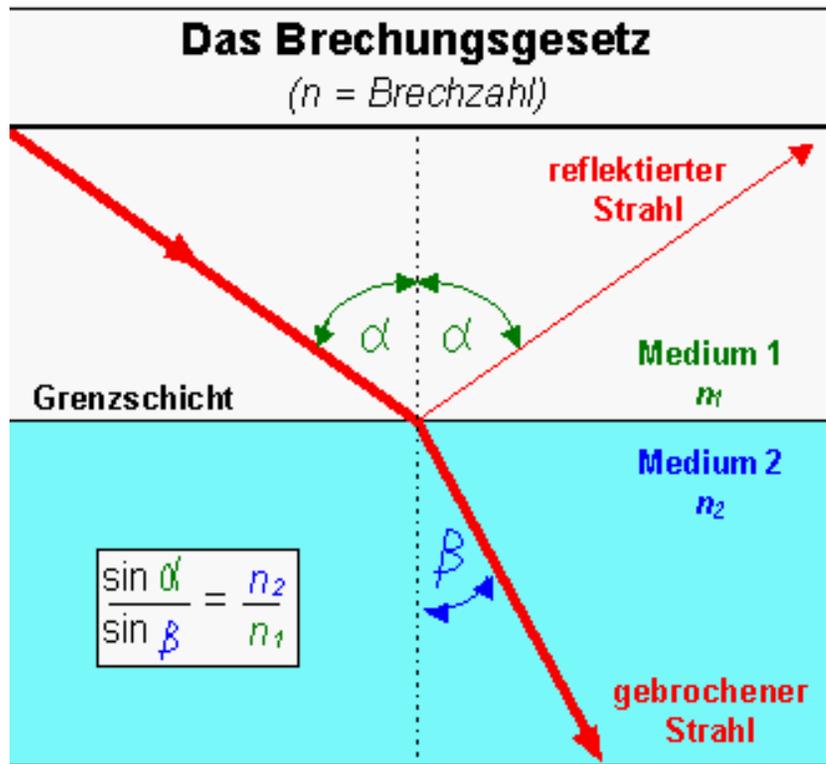
$$n = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Medium}}}$$

c : Lichtgeschwindigkeit

n : Brechungsindex; das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit im Medium



Geometrische Optik → Brechung



$$c_1 > c_2; n_2 > n_1;$$

Brechung zum Lot tritt beim Übergang von einem optisch dünneren in ein optisch dichteres Medium auf. (zB von Luft in Glas)
Der Einfallswinkel ist größer als der Ausfallwinkel.

Lichtstrahlen ändern an Grenzflächen von unterschiedlich dichten Medien ihre Richtung und ihre Geschwindigkeit.

Das Verhältnis von Einfallswinkel zu Ausfallwinkel wird durch das **Brechungsgesetz** beschrieben

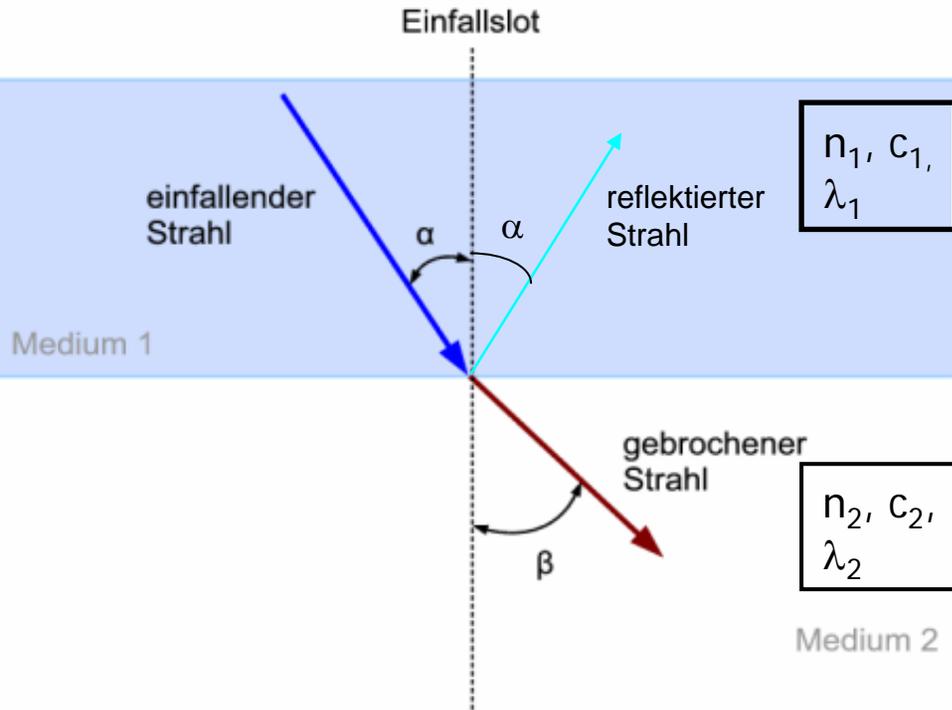
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

c : Lichtgeschwindigkeit

n : Brechungsindex; das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit im Medium

$$n = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Medium}}}$$

Geometrische Optik → Brechung



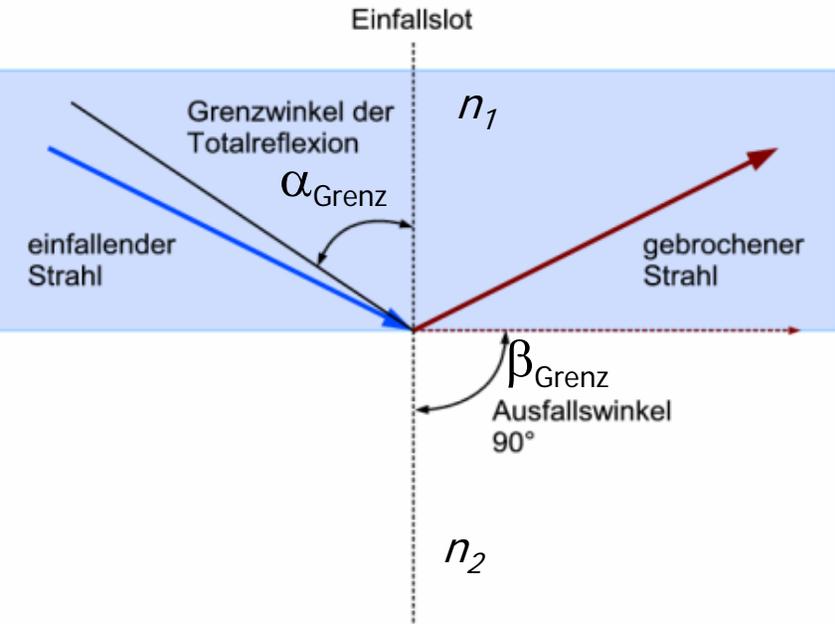
Das Verhältnis von Einfallswinkel, α , zu Ausfallwinkel, β , wird durch das Brechungsgesetz beschrieben

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$c_1 < c_2; n_2 < n_1$$

Brechung weg vom Lot tritt beim Übergang von einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium auf. Der Einfallswinkel ist kleiner als der Ausfallswinkel.

Geometrische Optik \Rightarrow Totalreflexion möglich für $n_1 > n_2$



Anwendung:
Glasfaserleitung, Endoskopie

Übersteigt der Einfallswinkel einen bestimmten Wert (Grenzwinkel der Totalreflexion) kann keine Brechung mehr auftreten, da der Ausfallswinkel maximal 90° betragen kann.

mit $\beta_{\text{Grenz}} = 90^\circ$ und $\sin \beta_{\text{Grenz}} = 1$:

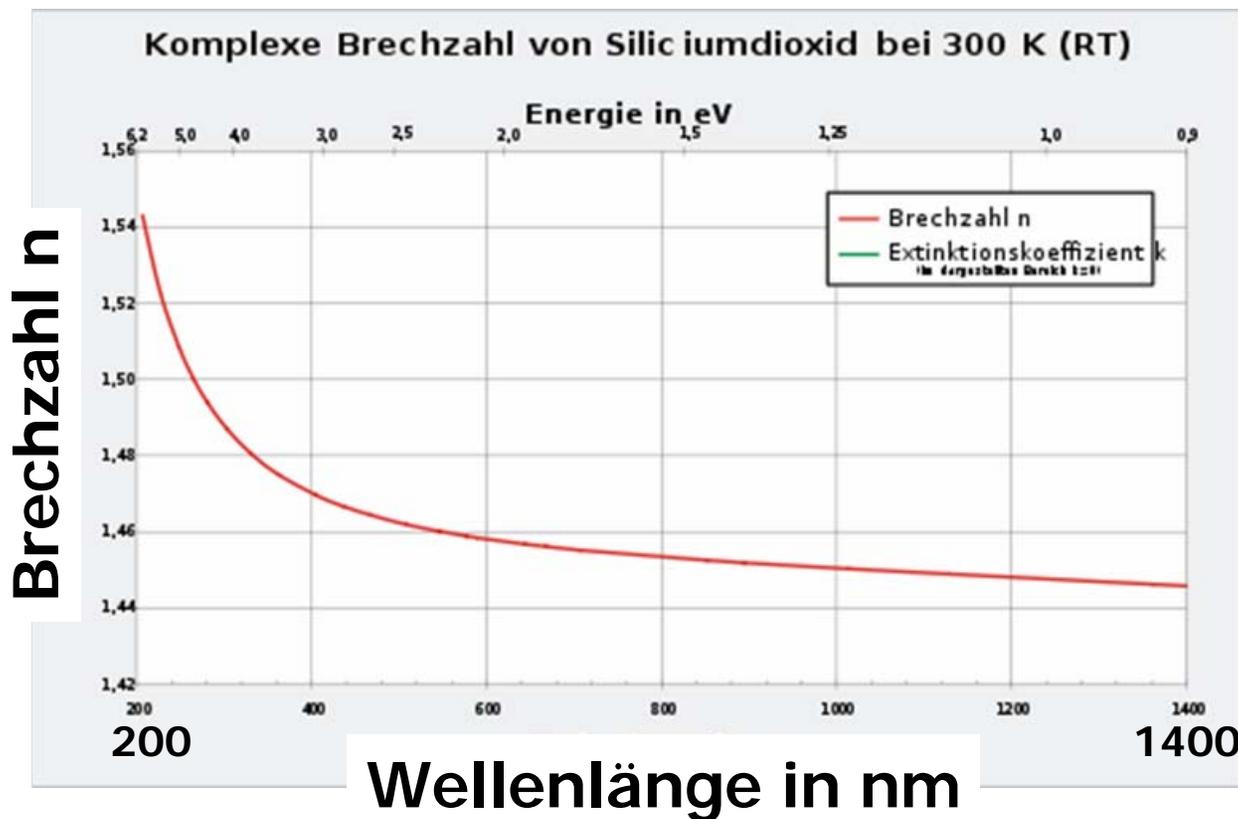
$$\sin \alpha_{\text{Grenz}} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{für } n_1 > n_2$$

Bei allen Einfallswinkeln, die über diesem Grenzwert liegen, wird daher das Licht reflektiert; die Grenzfläche verhält sich in diesem Fall wie ein Spiegel und Einfallswinkel=Ausfallswinkel. Man spricht daher von einer Totalreflexion

Geometrische Optik \rightarrow Dispersion

Dispersion:

Die Lichtgeschwindigkeit und der Brechungsindex hängen von der Wellenlänge der Strahlung ab.



normale Dispersion:
Brechzahl sinkt
mit zunehmendem λ

anomale Dispersion:
Brechzahl sinkt
mit abnehmendem λ

Geometrische Optik \Rightarrow Dispersion und Spektrum des sichtbaren Lichts

λ



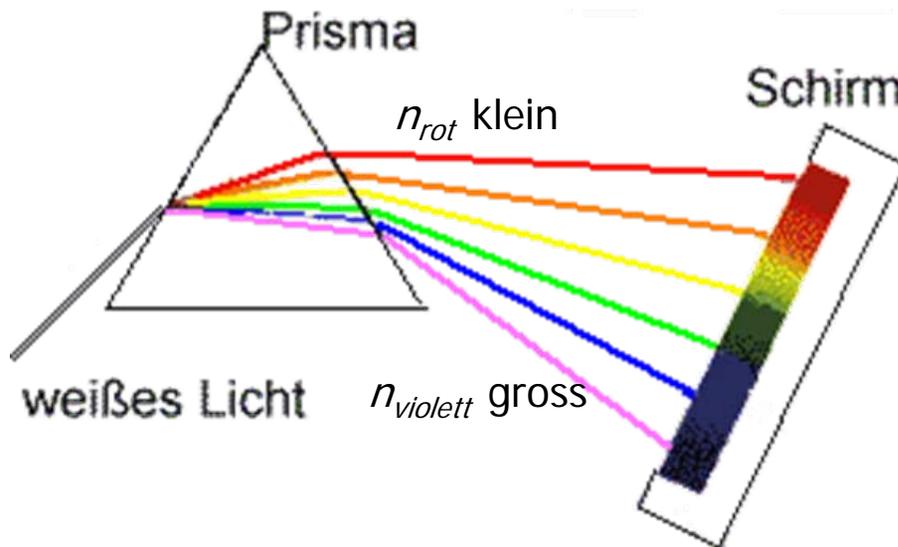
$n=1.48$

$n=1.46$

Dispersion in Glas:

Brechungsindex von violett ist grösser als von rot

-> Violette Licht wird stärker gebrochen als rotes Licht.



Weiteres Bsp: Regenbogen

Brechung mit Prisma, weisses Licht zerlegen
Beugung am Gitter

Wellenoptik → Beugung

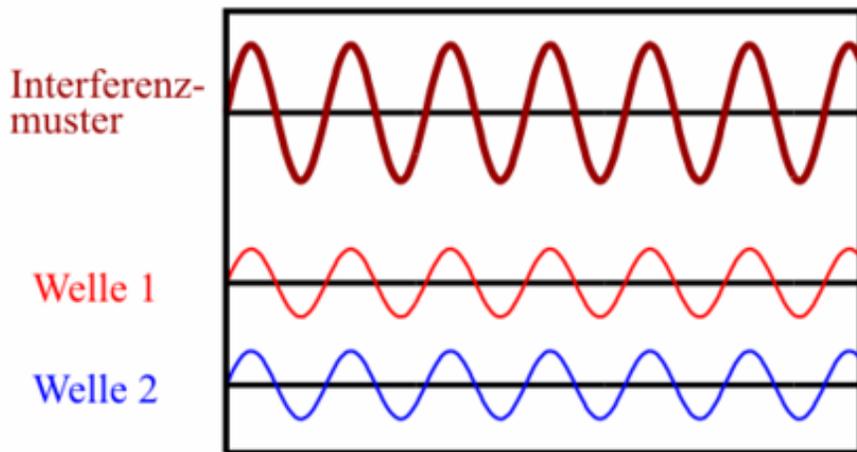
Warum wird bei der Beugung,
im Gegensatz zur Brechung,
rot stärker
abgelenkt als violett
und grün stärker als blau
??

Wellenoptik → Interferenz

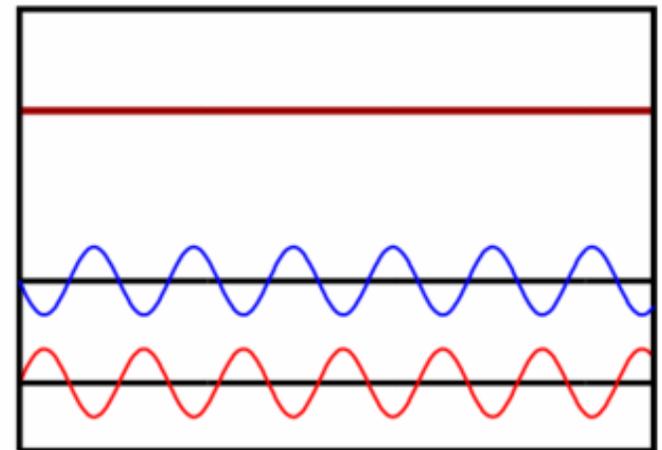
Interferenz:

Wellen überlagern sich →
Amplituden werden verstärkt oder
abgeschwächt bis ausgelöscht
(Amplitudenaddition)

konstruktive Interferenz



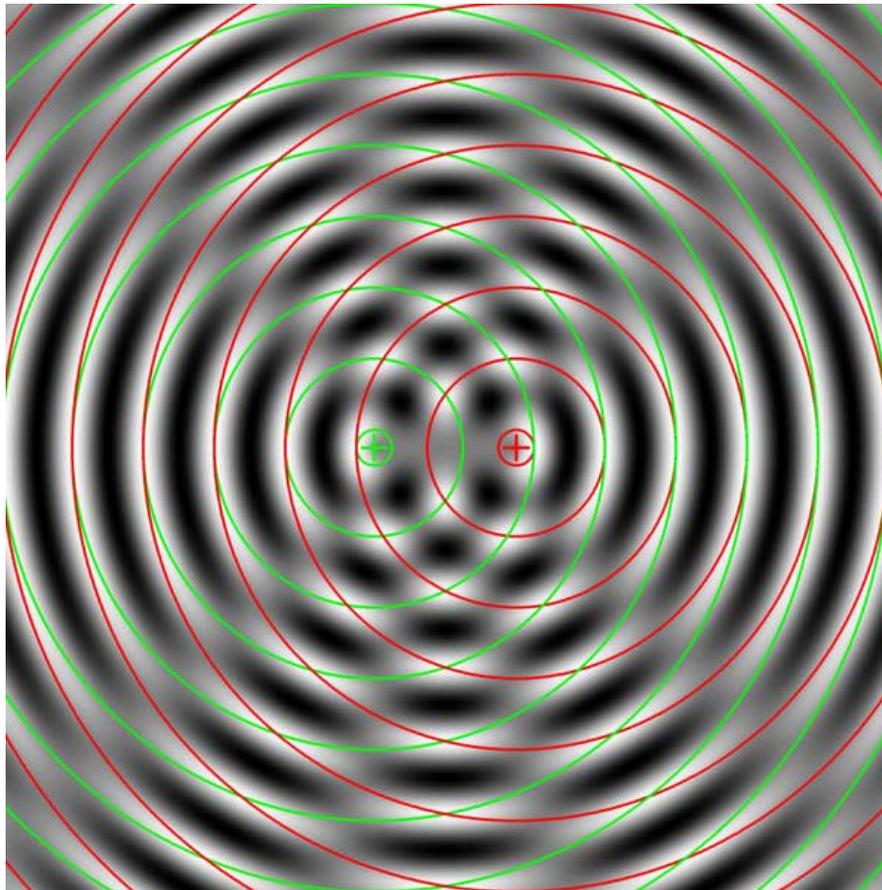
destruktive Interferenz



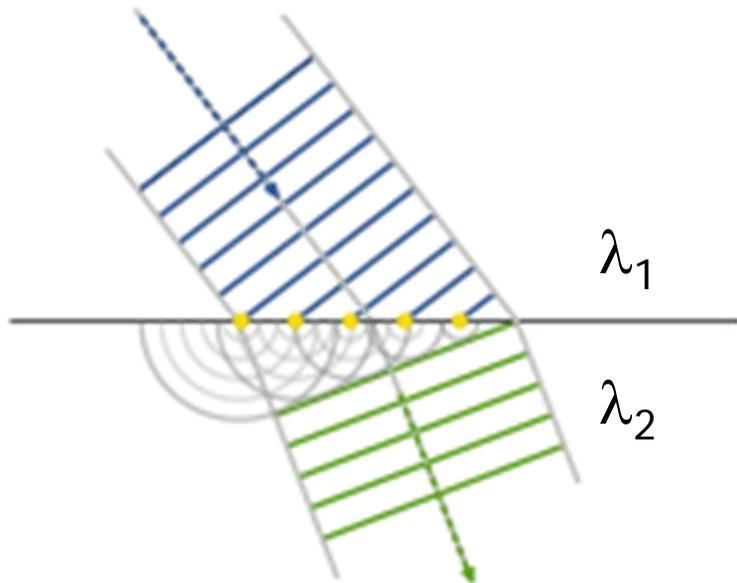
Wellenoptik → Interferenz

Beispiel:

Interferenz von zwei kreisförmigen Wellengruppen gleicher Wellenlänge und Amplitude.



Wellenoptik → Zum Huygenschen Prinzip



Brechung einer Ebenen Wellenfront nach dem Huygenschen Prinzip

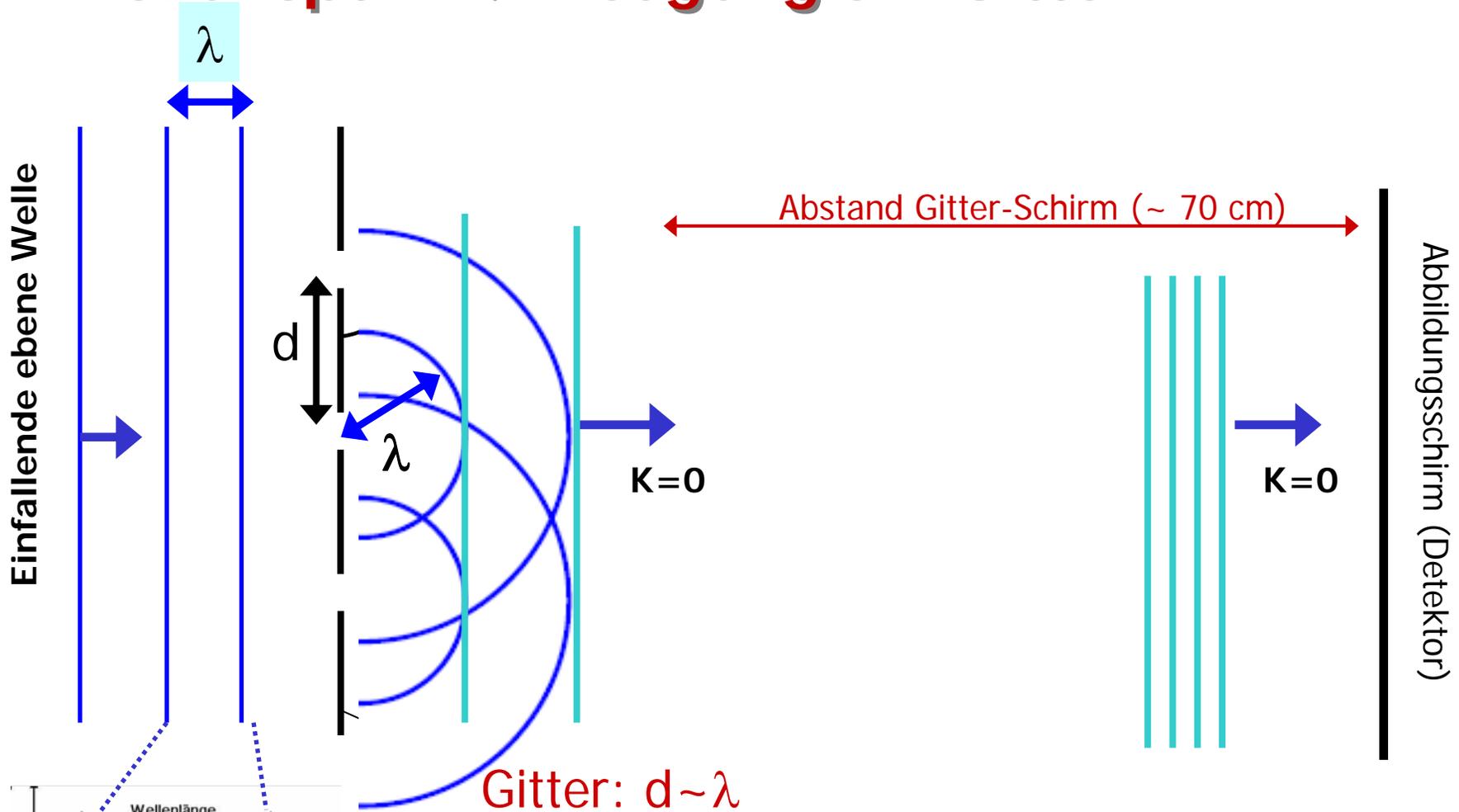
Huygensches Prinzip:

jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer neuen *Elementarwelle*, betrachtet werden; die neue Lage der Wellenfront ergibt sich durch Überlagerung der Elementarwellen.

Die sich weiter ausbreitende Wellenfront ergibt sich als die äußere Einhüllende der Elementarwellen.

In drei Dimensionen sind Elementarwellen kugelförmig, in zwei Dimensionen kreisförmig.

Wellenoptik → Beugung am Gitter



Gitter: $d \sim \lambda$

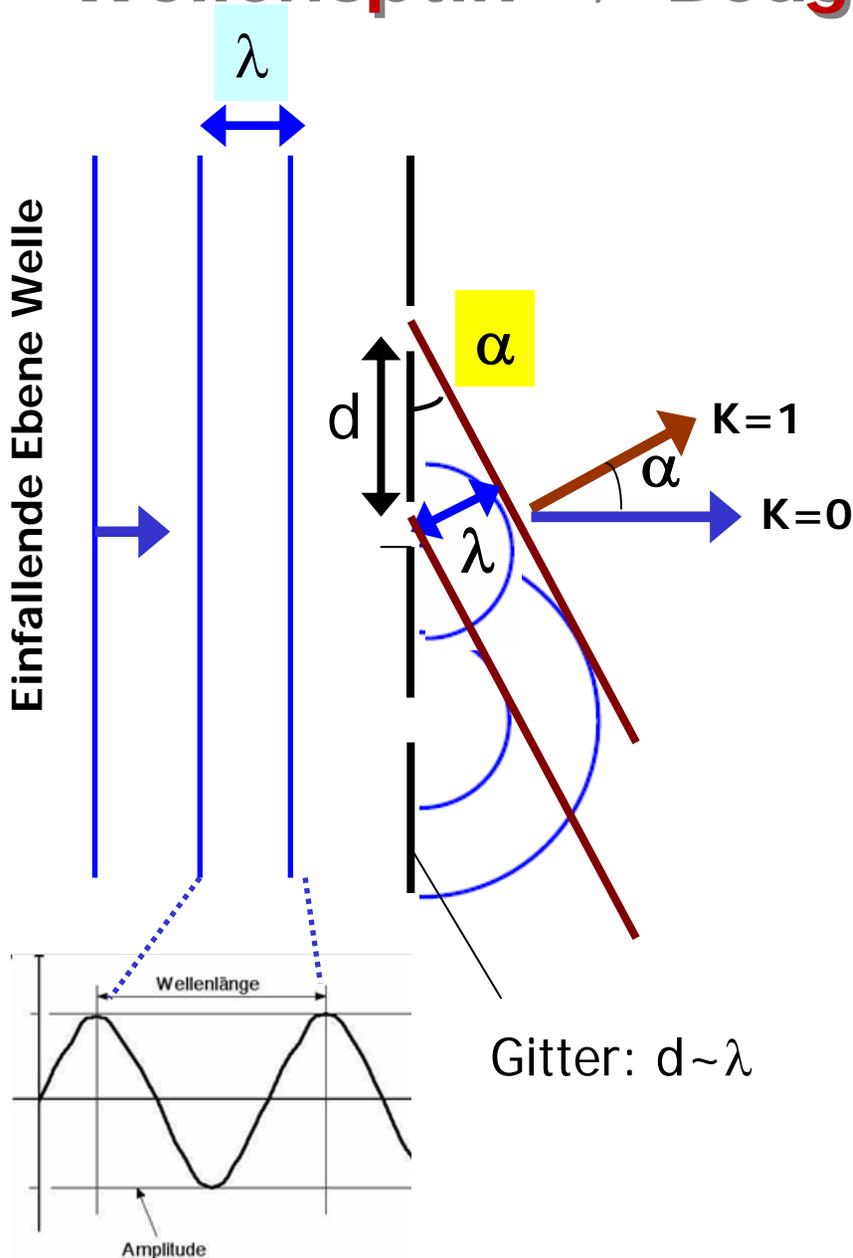
Situation links:

Dimensionen der Zeichnung = Dimension von λ (zBsp 500 nm)

Situation rechts

Die Kugelwellen wachsen für $r \rightarrow \infty$ (also zBsp ab einigen cm) zu den hellblau gezeichneten Wellenfront (Nur jede n-te gezeichnet) zusammen.

Wellenoptik → Beugung am Gitter



Beugung:

„Ablenkung“ von Wellen (elektromagnetische, Elektronen- Wasser-, Schallwellen, ..) an einem Hindernis.

Die Welle kann sich im geometrischen Schattenraum des Hindernisses (Spalt, Pfosten, Gitter usw.) ausbreiten.

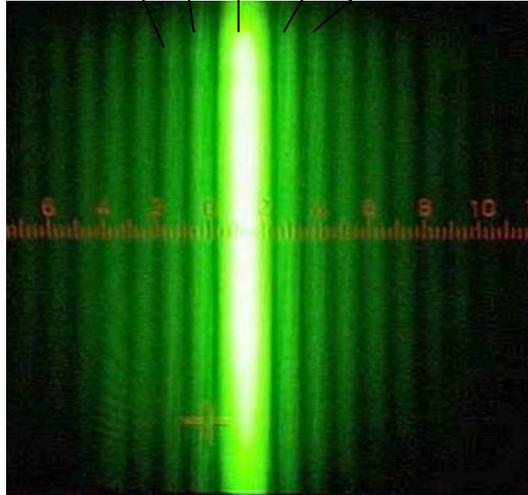
Aus dem **huygensschen Prinzip** ergibt sich für den Beugungswinkel:

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d} \cdot k \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

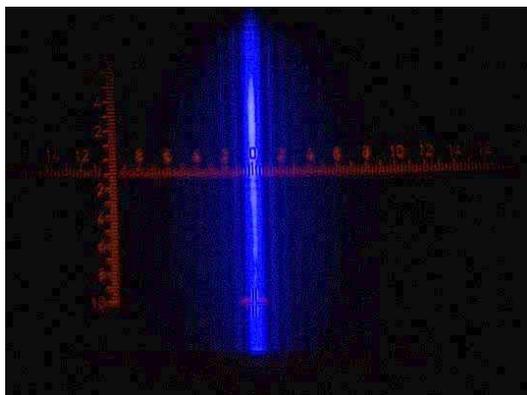
Auch hier wachsen die Kugelwellen erst für $r \rightarrow \infty$ (also zBsp ab einigen cm) zu den rot gezeichneten Wellenfronten zusammen. Die Zeichnung entspricht einer Hilfskonstruktion, um die Wellenfronten für grosse r zu berechnen

Wellenoptik → Beugung

k 2 1 0 1 2



Beugung von monochromatischem, grünem Licht an einem Gitter.



Beugung von monochromatischem, blauem Licht.

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d} \cdot k \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$k=0, 1, 2, 3, \dots$ Mehrere
"Beugungsmaxima"
sind sichtbar

**Beugung nimmt zu mit
Wellenlänge**

Grünes Licht wird stärker
gebrochen als
blaues Licht, da die Wellenlänge
von grünem Licht
größer ist als von blauem

Wellenoptik \Rightarrow Zu Haupt- und Nebenmaxima der Beugung

Intensität der ungebeugten Wellen (Hauptmaximum, $k=0$) ist grösser im Vergleich zu der Intensität der Nebenmaxima ($k > 0$).

Der Beugungswinkel α ergibt sich aus Abstand h zwischen 0. und 1. Maxima und der Distanz s .

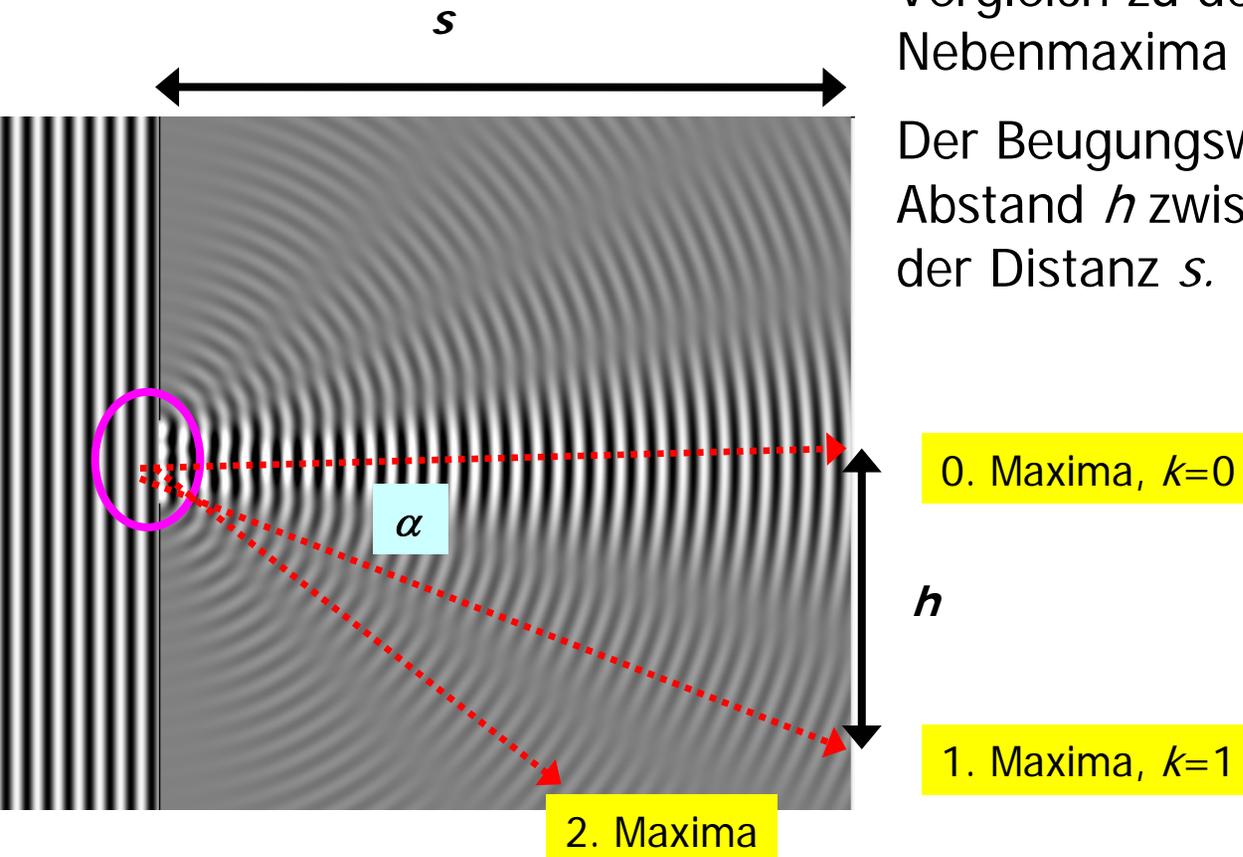


Abbildung: Beugung von ebenen Wellen an einer Blende (violett umrahmt)

Wellenoptik → Beugung

Beugung begrenzt Auflösungsvermögen
von Mikroskop



Wellenoptik → Auflösungsvermögen

Auflösungsvermögen, d_A :

- zwei Punkte werden in der Abbildung erkannt, wenn ihr Abstand grösser als das Auflösungsvermögen, d_A , ist.
 d_A für Lichtmikroskope ist ~ 300 nm
- Eine Abbildung durch eine Linse ist nur dann möglich, wenn mindestens 2 Ordnungen der Beugung ($k=0,1$) erfasst werden.

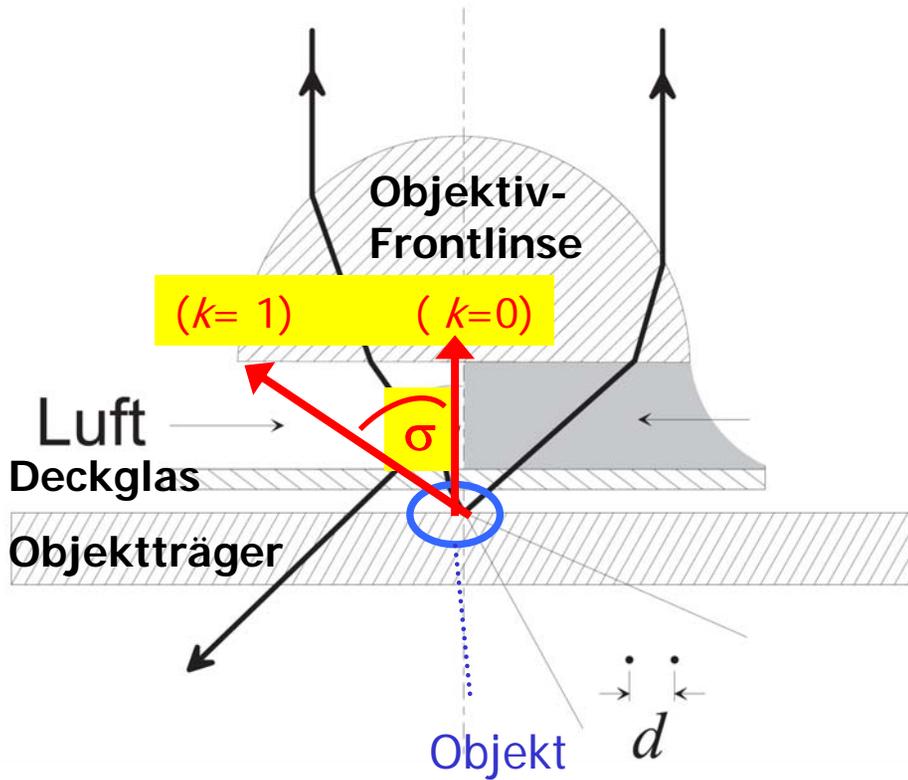
Zusammenhang zwischen
Punkteabstand, d ,
Beugungswinkel α und λ

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d} \cdot k$$



$$d = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \cdot k$$

Wellenoptik → Auflösungsvermögen des Mikroskop



Eine Abbildung durch eine Linse ist nur dann möglich, wenn mindestens 2 Ordnungen der Beugung ($k=0,1$) erfasst werden.

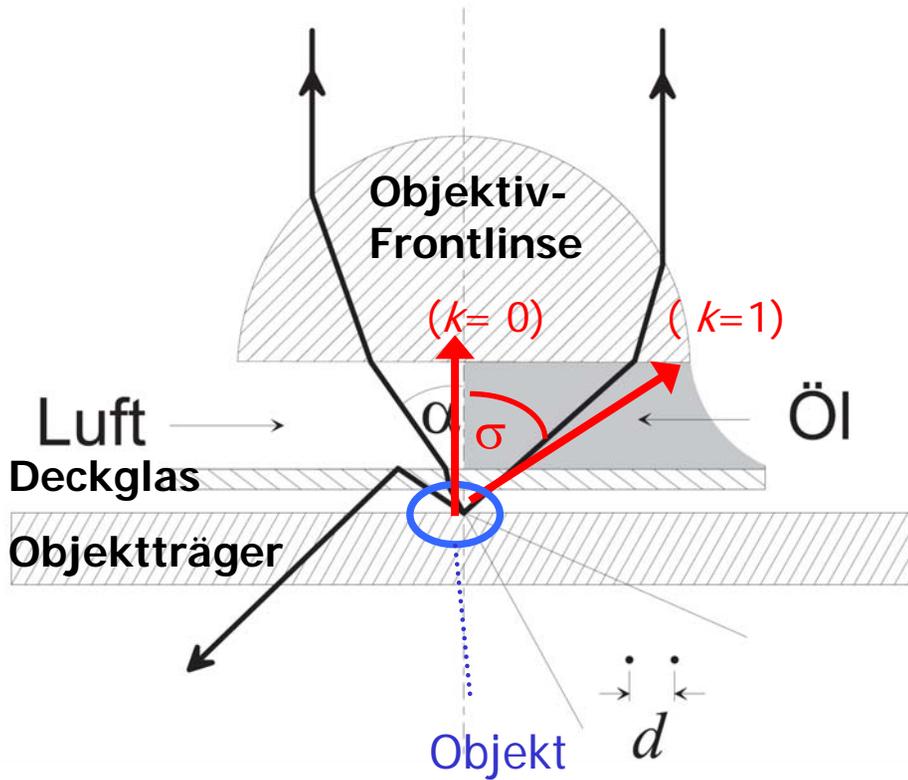


Auflösungsvermögen

- σ : Halber Öffnungswinkel des Objektivs
- λ : Wellenlänge in Luft

$$d_A = \frac{\lambda}{\sin \sigma}$$

Wellenoptik → Auflösungsvermögen des Mikroskop



$$d_A = \frac{\lambda}{\sin \sigma}$$

Verbesserung des Auflösungsvermögens:

λ verkleinern

ÖI mit hohem Brechungsindex:

$$\lambda_{OI} = \frac{\lambda_{Vakuum}}{n_{OI}}$$

$$d_A = \frac{\lambda_{OI}}{\sin \sigma} = \frac{\lambda_{Vakuum}}{n_{OI}} \frac{1}{\sin \sigma} = \frac{\lambda_{Vakuum}}{\text{Apertur}}$$

numerische Apertur, A , ist ein Mass für das Auflösungsvermögen

$$A = n \cdot \sin \sigma$$

Wellenoptik → Auflösungsvermögen des Mikroskop



Verbesserung des
Auflösungsvermögens
 λ verkleinern

Elektronenwellen mit $\lambda \sim 0.004 \text{ nm}$
statt Lichtwellen mit $\lambda \sim 400 \text{ nm}$
(aber Apertur im Elektronenmikroskop: $\sim 1/100$
statt ~ 1 wie im Lichtmikroskop)

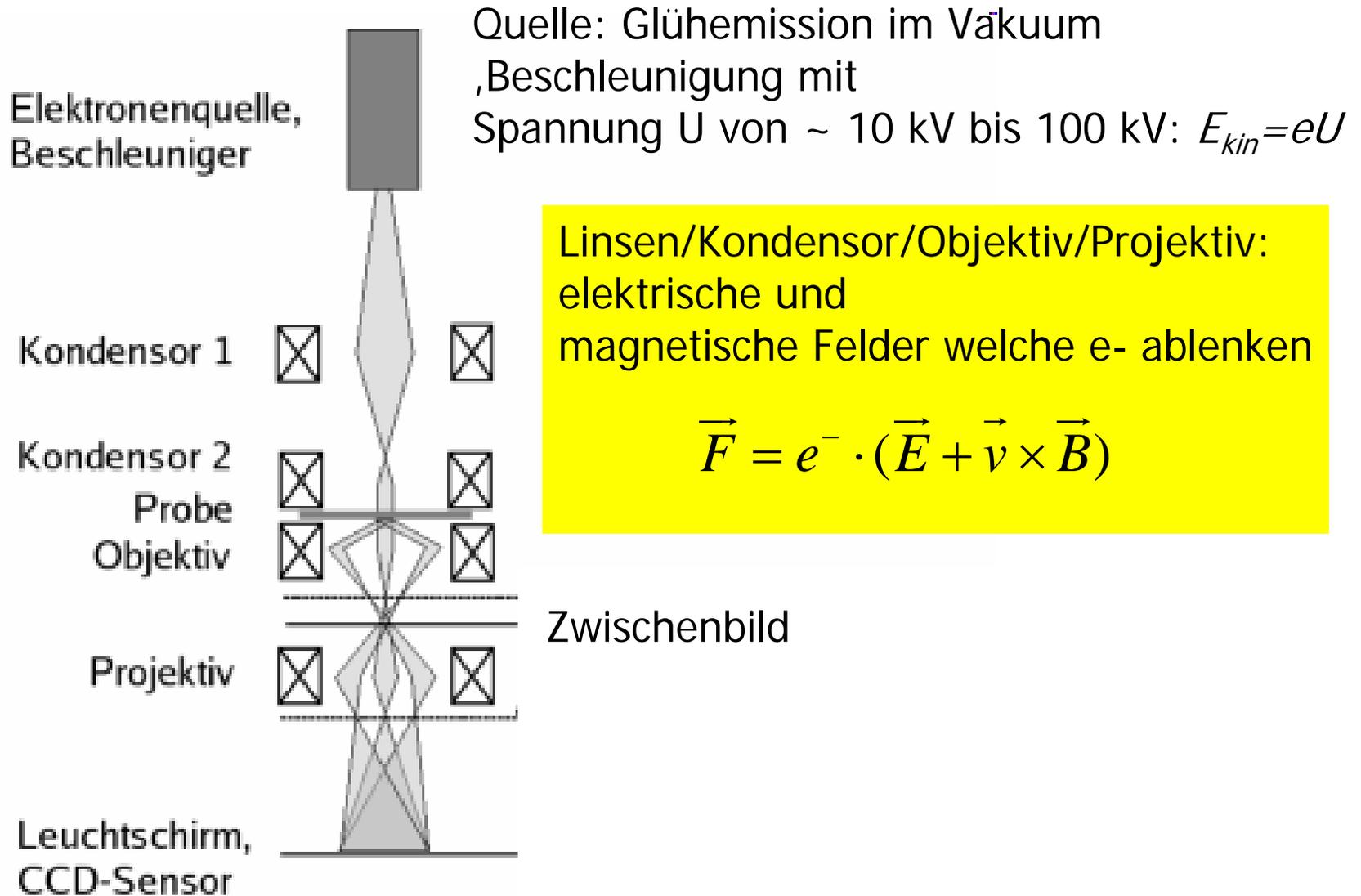
Zusammenhang Impuls
und Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

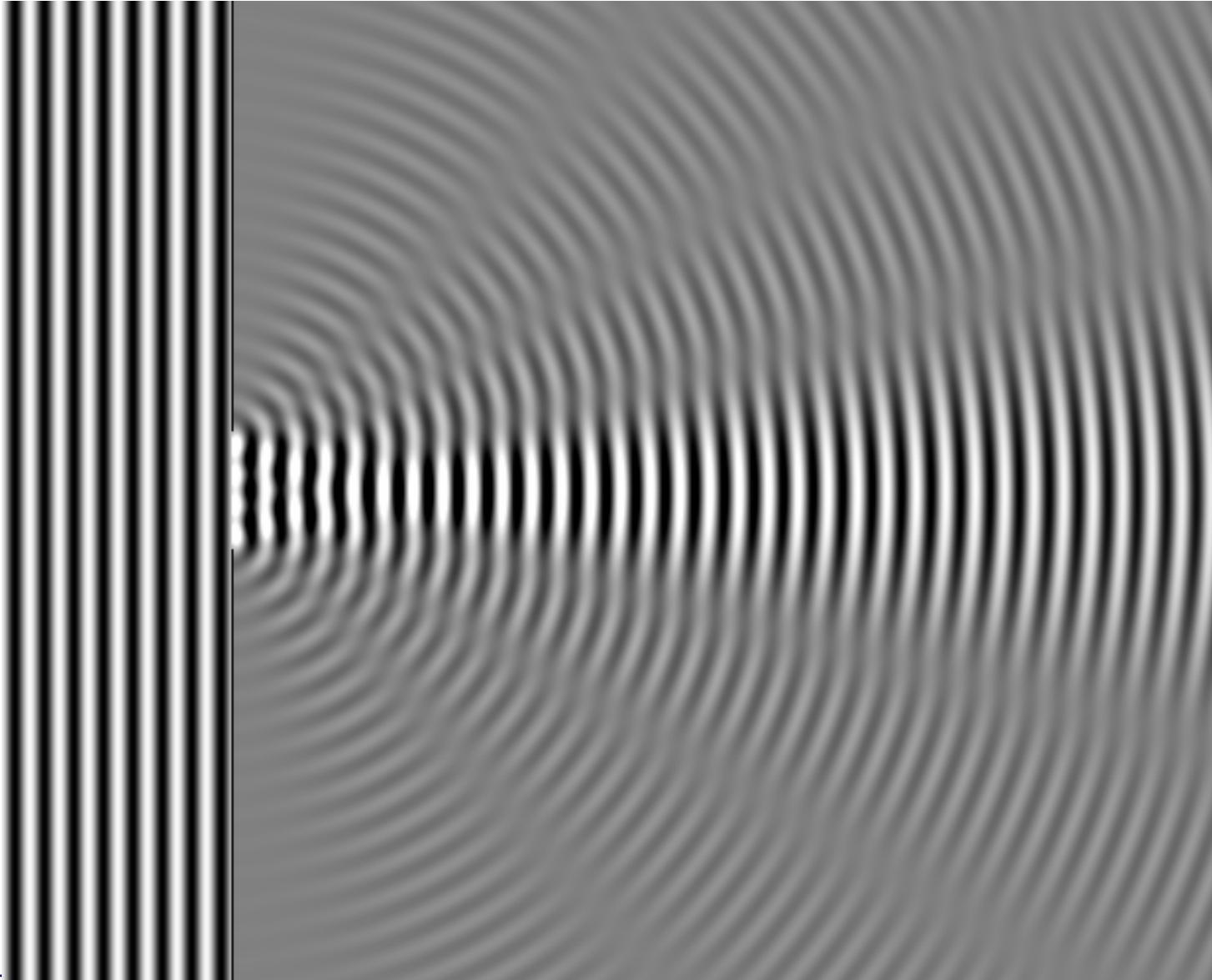
Transmissions-
elektronenmikroskop

m: Masse des Elektrons
v: Geschwindigkeit des Elektrons
h: Planck'sche Konstante

Schema Elektronenmikroskop



Danke für die Aufmerksamkeit



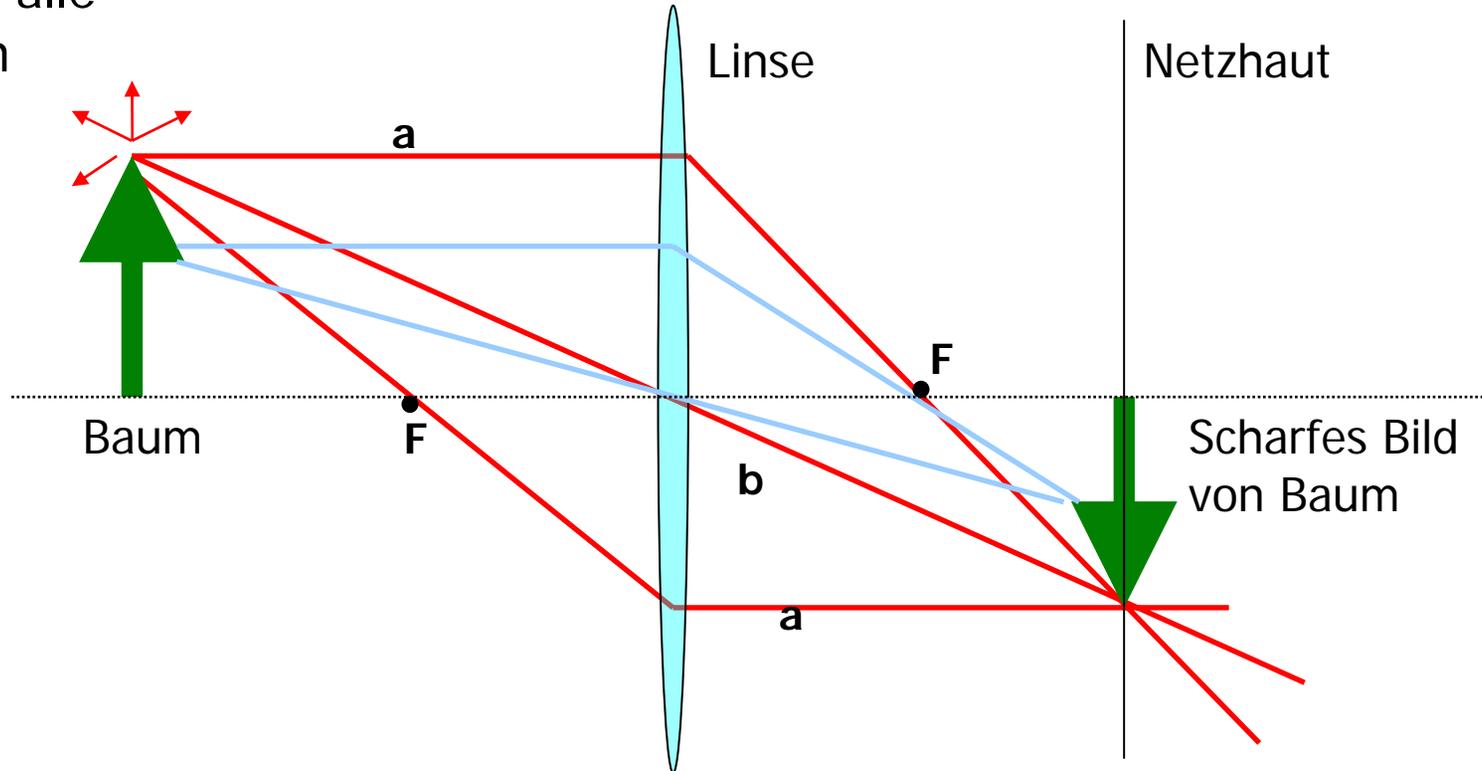
Geometrische Optik \Rightarrow Strahlengang im Mikroskop (Praktikum)

Anhang

Wie funktioniert ein einfaches
Lichtmikroskop?

Geometrische Optik \Rightarrow Linsen und Konstruktionshilfe für Abbildung

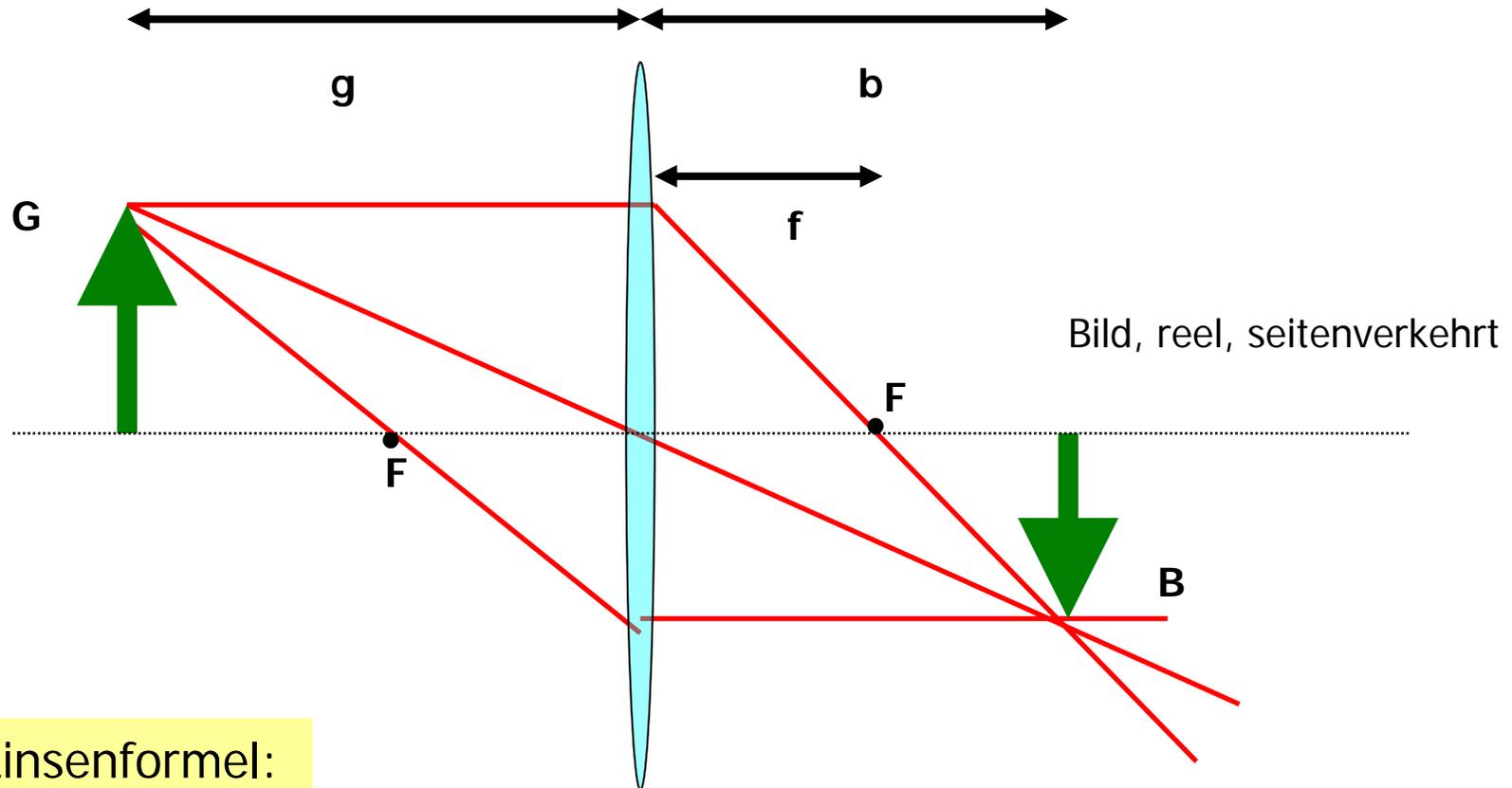
Strahlen in alle Richtungen



Punkt wird scharf abgebildet am Ort wo alle ausgehenden Strahlen wieder an einem einzigen Punkt zusammenfallen.

ausgewählte Strahlen zur Konstruktion:
a Strahl parallel zur optischen Achse geht durch Brennpunkt F (und umgekehrt)
b Strahl durch Linsenmittelpunkt

Geometrische Optik \Rightarrow Linsen und Abbildungsgesetze



Linsenformel:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Vergrößerung:

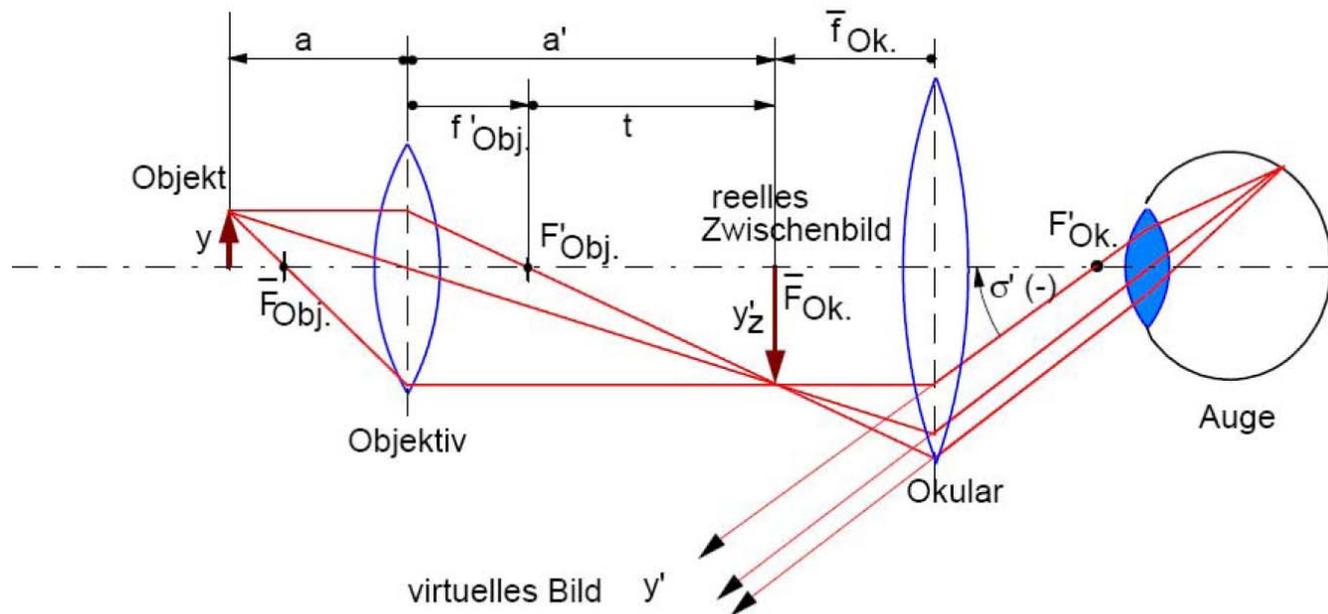
Bildgrösse : Gegenstandsgrösse

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

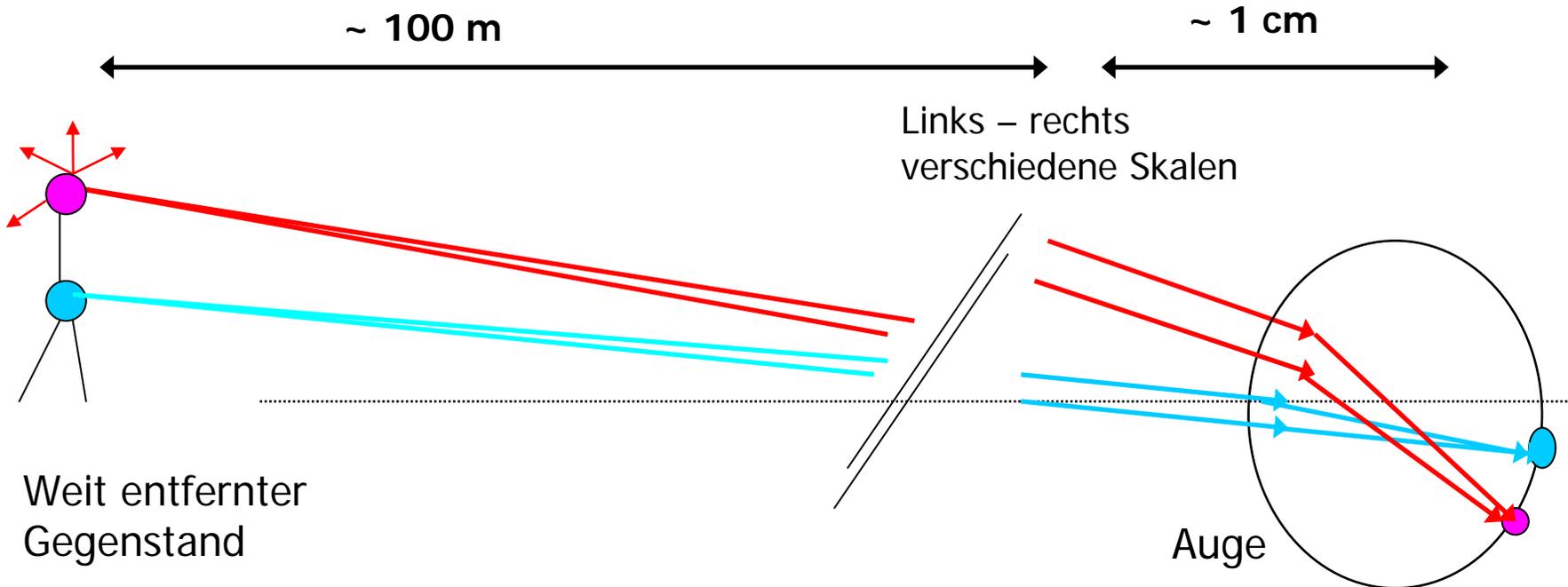
Mikroskop (Praktikum)

Aufbau Mikroskop:

- 1) Abzubildener Gegenstand (klein)
- 2) Objektiv (Sammellinse)
- 3) Okular (Sammellinse als Lupe)
- 4) Auge ("Sammellinse")



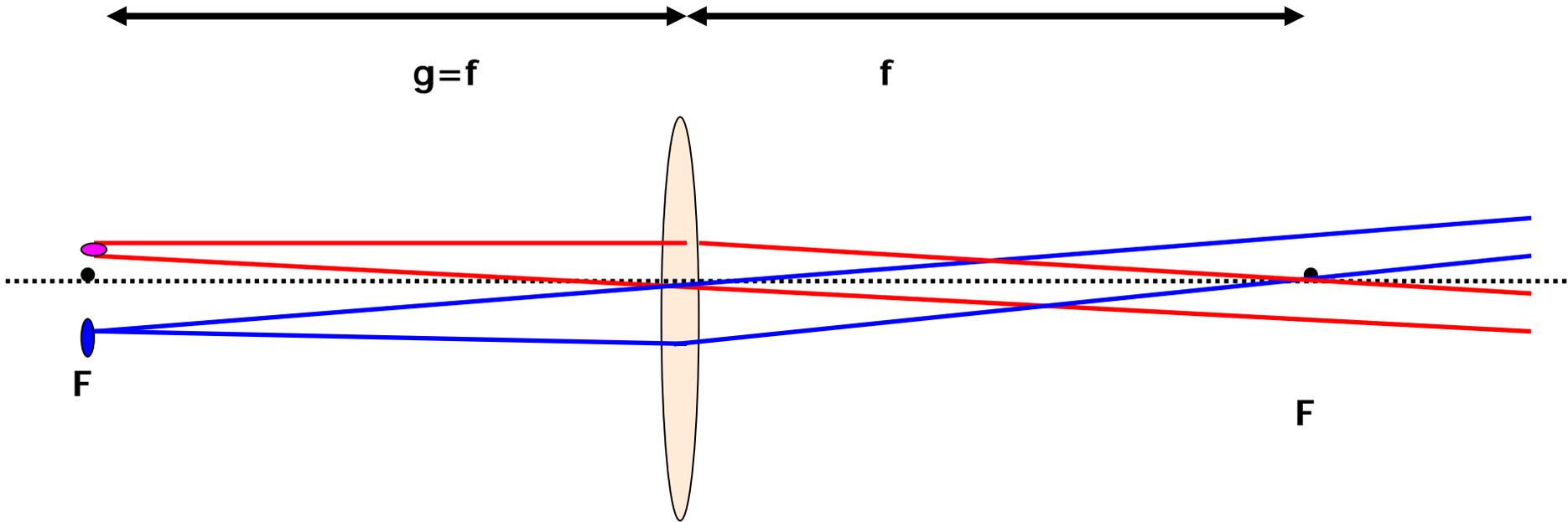
Auge: Sehen von weit entferntem Gegenstand



Strahlen die von einem Punkt ausgehen sind beim Auge praktisch **Parallelstrahlen**.

- Auge hat die Wirkung einer Sammellinse.
- Parallelstrahlen werden im „Brennpunkt“/auf der Netzhaut abgebildet

Lupe (Okular)



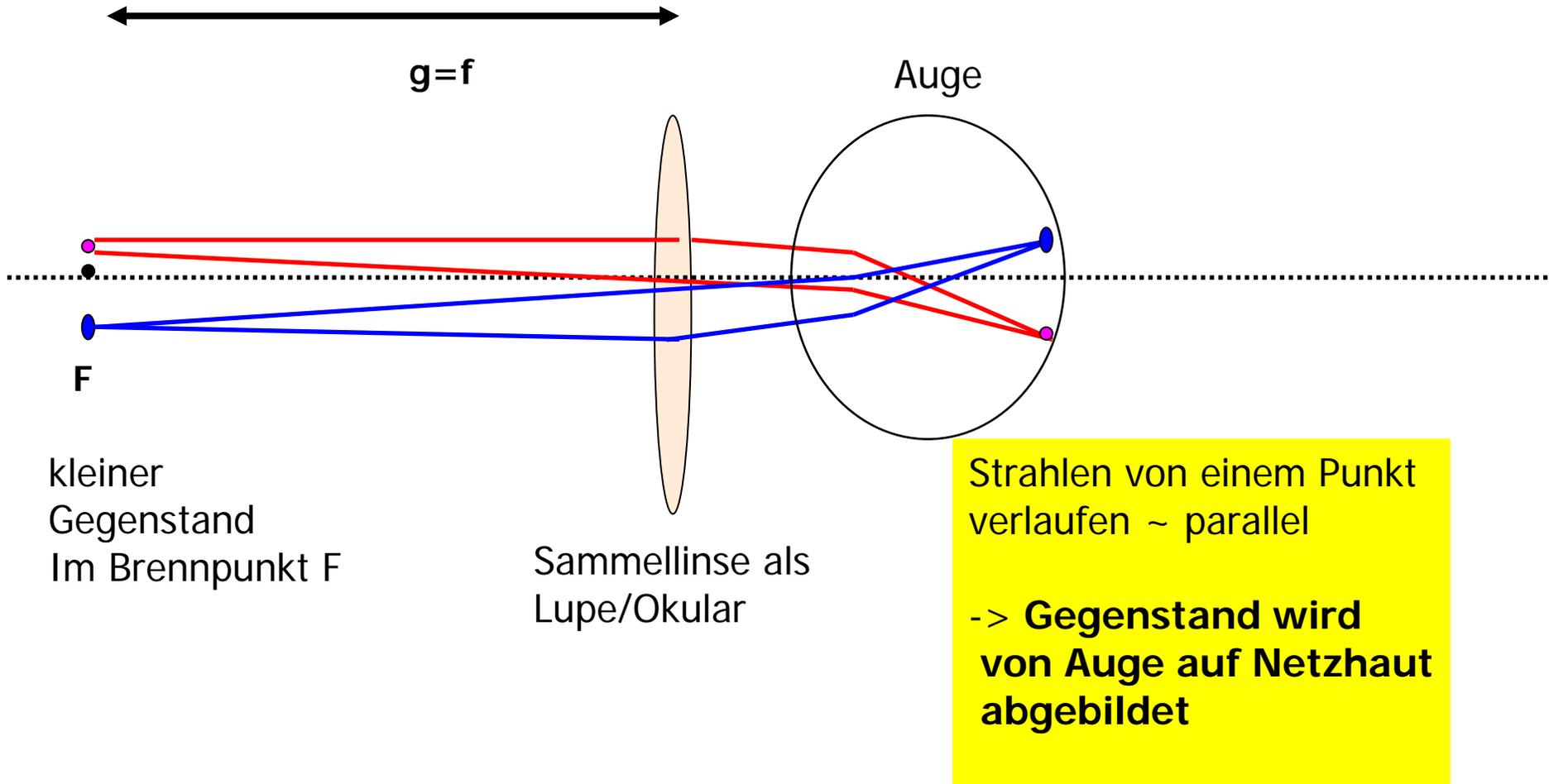
kleiner
Gegenstand
(blauer und roter Punkt)
Im Brennpunkt F

Sammellinse als
Lupe/Okular

Strahlen von einem Punkt
verlaufen nach Lupe

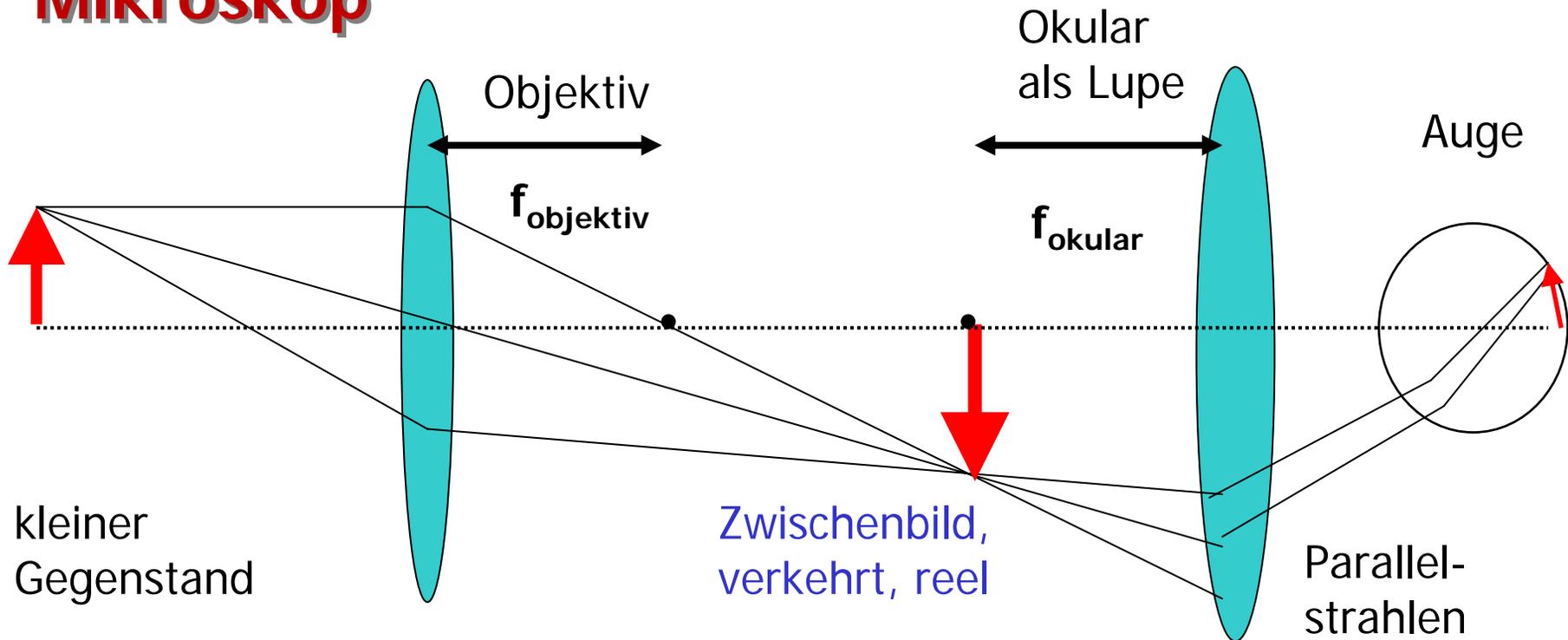
~ **parallel**

Lupe (Okular)



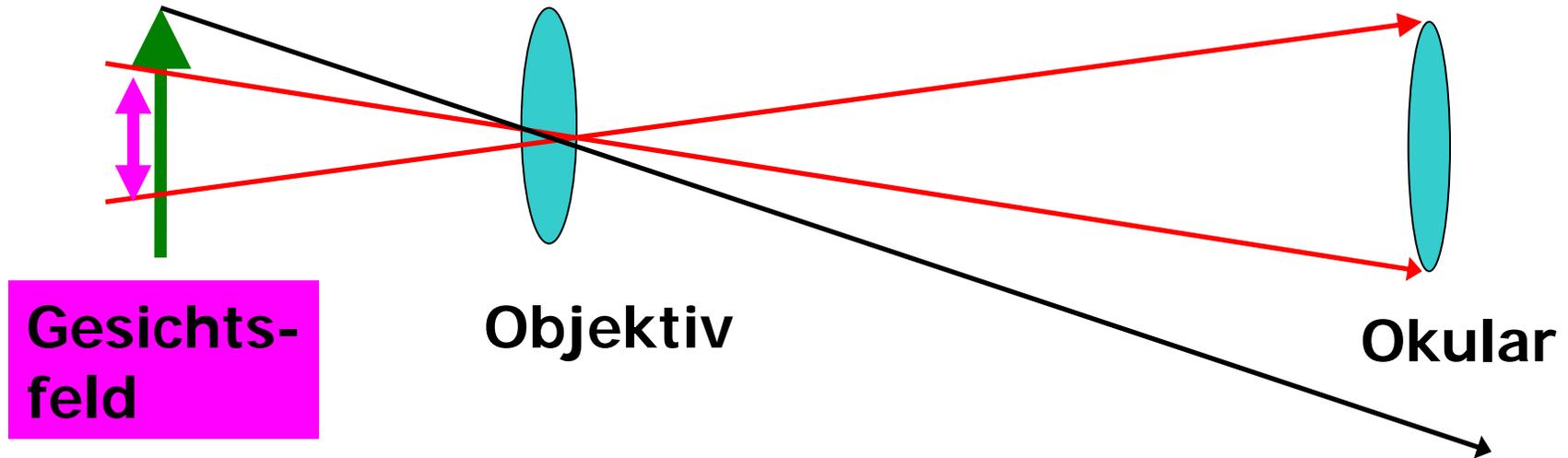
„Bild“ der 2 Punkte ist unendlich weit weg (Parallelstrahlen) und virtuell, d.h. es würde auf einer Leinwand nicht abgebildet

Mikroskop



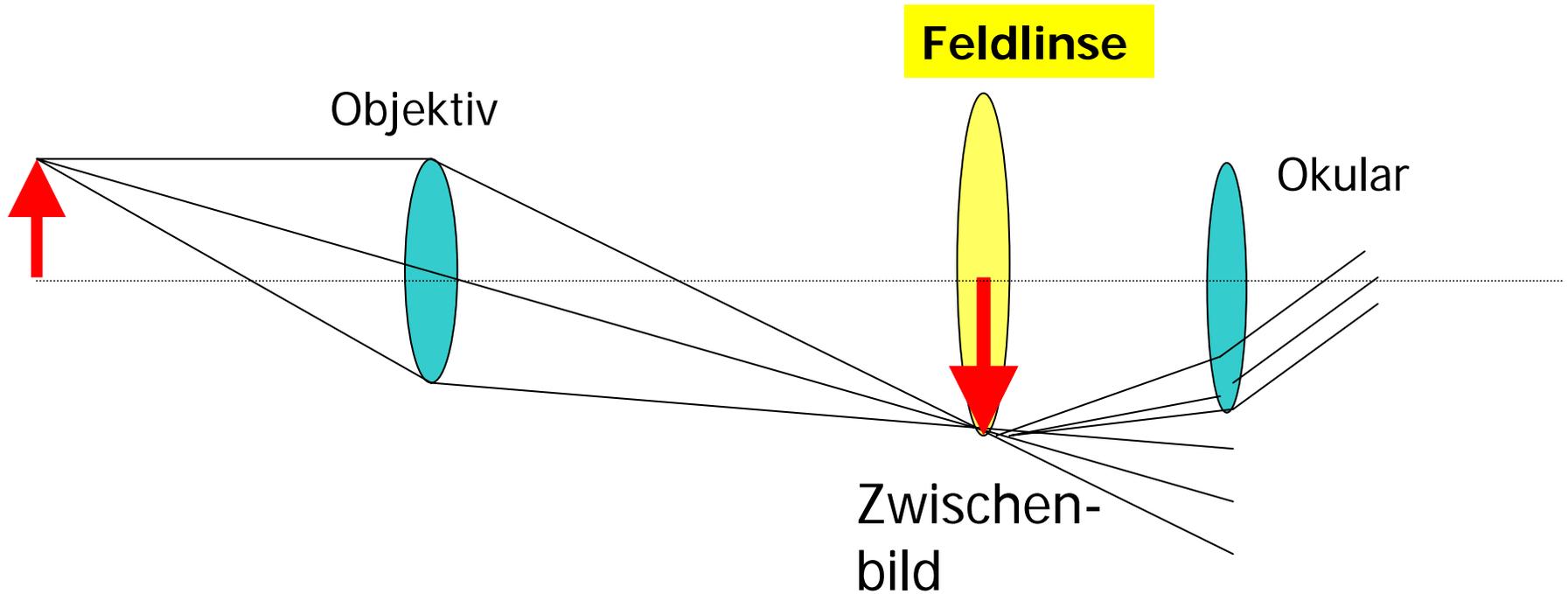
- **Objektiv bildet Gegenstand als reelles Bild ab (d.h. kann auf Leinwand angesehen werden)**
- **Brennpunkt der Lupe/Okular wird am Ort des Zwischenbilds platziert -> Parallelstrahlen (virtuelles Bild)**
- **Auf Kopf stehendes Zwischenbild wird mit Lupe betrachtet; Parallelstrahlen werden auf Netzhaut zum Bild**

Einfaches Mikroskop und Gesichtsfeld



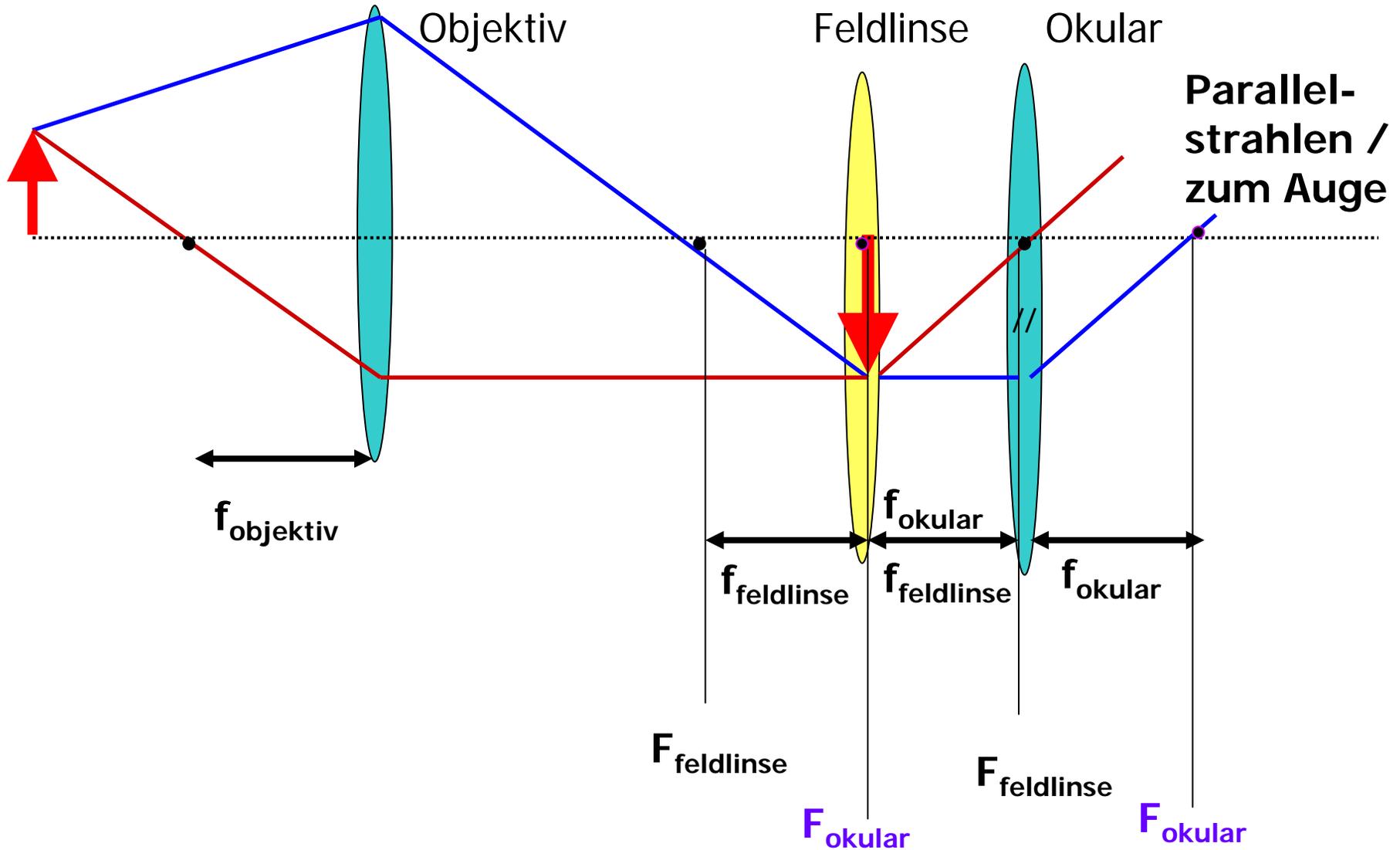
- Strahlen die nicht ins Okular gelangen erzeugen kein Bild
- Nur ein beschränkter Ausschnitt des Objekts ist unter dem Mikroskop, hier mit Objektiv- und Okularlinse aufgebaut, sichtbar

Was bewirkt die Feldlinse



- **Feldlinse wird an Ort des Zwischenbilds eingebracht**
-> **vergrößert Gesichtsfeld (ganzer Gegenstand erfasst)**
- **Hat die Feldlinse die gleiche Brennweite wie das Okular,**
bleiben die umgelenkten Strahle Parallelstrahlen
-> **Abbildungsmaßstab des Mikroskops wird nicht geändert**

Strahlengang mit Feldlinse



Strahlengang im einfachen Mikroskop

