

Vorlesung 38/39

1. Jahr – Block 1 – Woche 7

Elektromagnetische Wellen

Physik

Prof. Fortunat Joos

Elektromagnetische Wellen → Motivation

- **Elektromagnetische Wellen beschreiben die Ausbreitung von Photonen im Raum**
- Ein wichtiges Sinnesorgan, **das Auge** detektiert den sichtbaren Teil der elektromagnetischen Strahlung
- Elektromagnetische Strahlung bildet den Schlüssel um die **Struktur der Materie** verstehen zu können und
- die Grundlage für eine Reihe von wichtigen **medizinischen Methoden** (Röntgen, Spektralanalysen, Kernspintomographie, Mikroskopie, Laserchirurgie, Strahlentherapie)
- **Gesundheitsrisiko** hochenergetischer elektromagnetischer Strahlung

- **Thema dieser Vorlesung sind elektromagnetische Welle, ihre Entstehung, Ausbreitung und Wechselwirkungen mit Materie.**

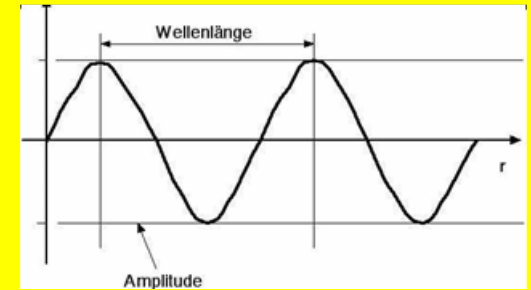
Elektromagnetische Wellen: Ausbreitung und Energie

Der Wellencharakter von elektromagnetischer Strahlung beschreibt die Ausbreitung

Wie für alle Wellen sind die Ausbreitungsgeschwindigkeit, c , Wellenlänge λ und Frequenz, f verknüpft:

$$c = \lambda \cdot f$$

$c_{\text{Vakuum}} = 2.997925 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$: Lichtgeschwindigkeit im Vakuum



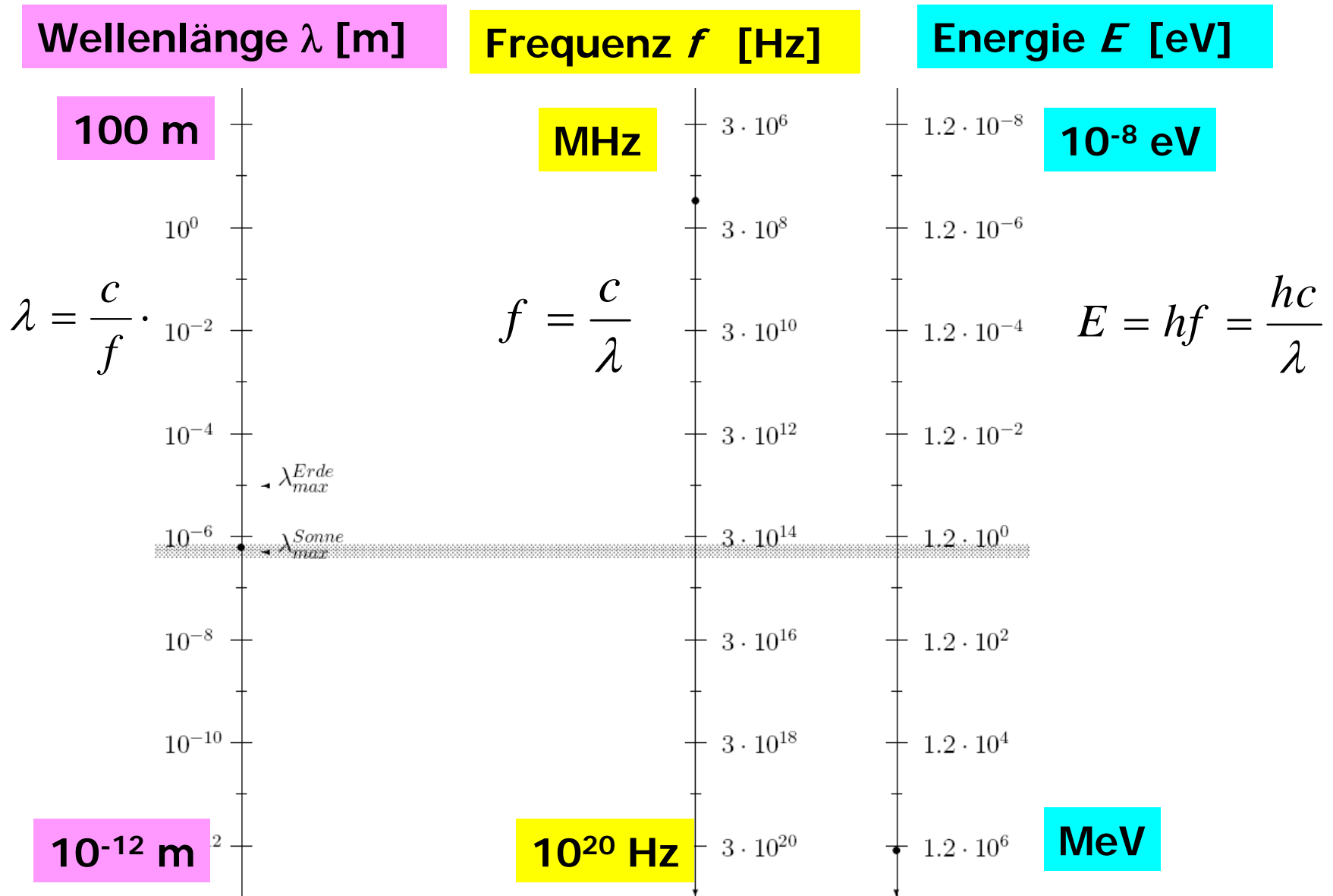
Elektromagnetische Strahlung besteht aus Photonen, („Lichtteilchen“), welche je folgende Energie aufweisen:

$$E_{\text{Photon}} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Die Energie ist die massgebende Grösse für die Wechselwirkung mit Materie.

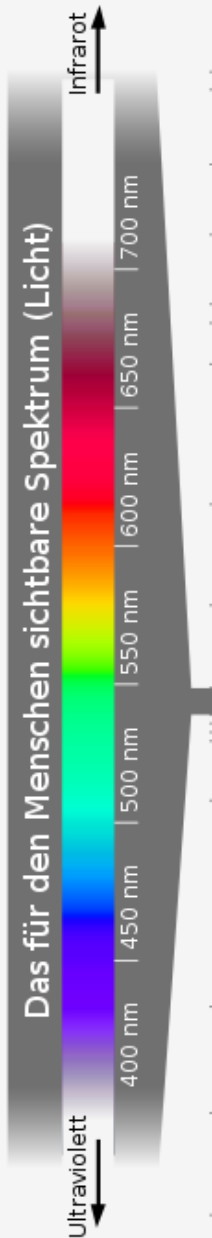
$h = 6.626069 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$: Plancksches Wirkungsquantum, eine Naturkonstante

Spektrum der elektromagnetischen Wellen



Sichtbares Licht und Radiowellen

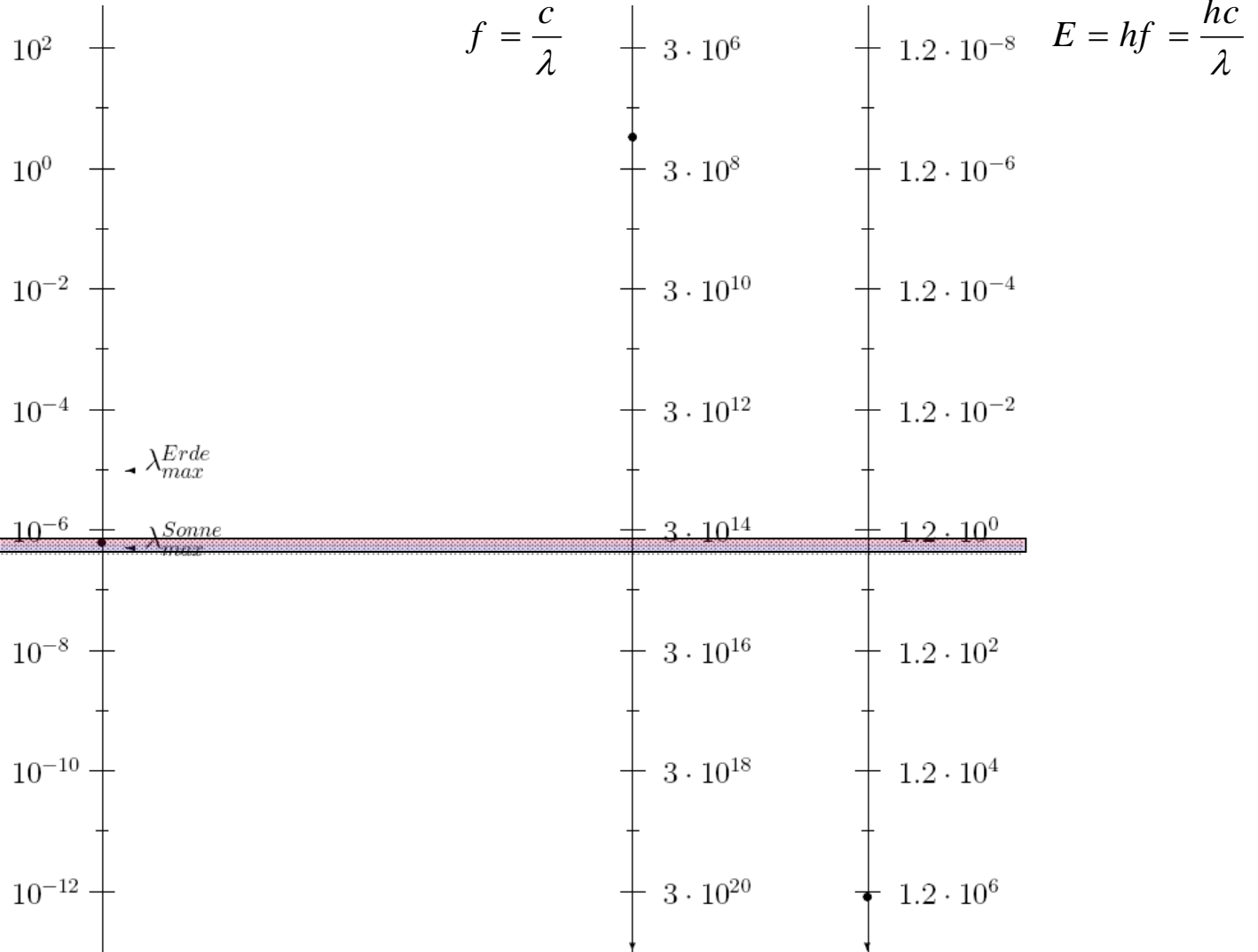
Sichtbares Licht: $\lambda = 360 - 780 \text{ nm}$



Wellenlänge λ [m]

Frequenz f [Hz]

Energie E [eV]



Sichtbares Licht



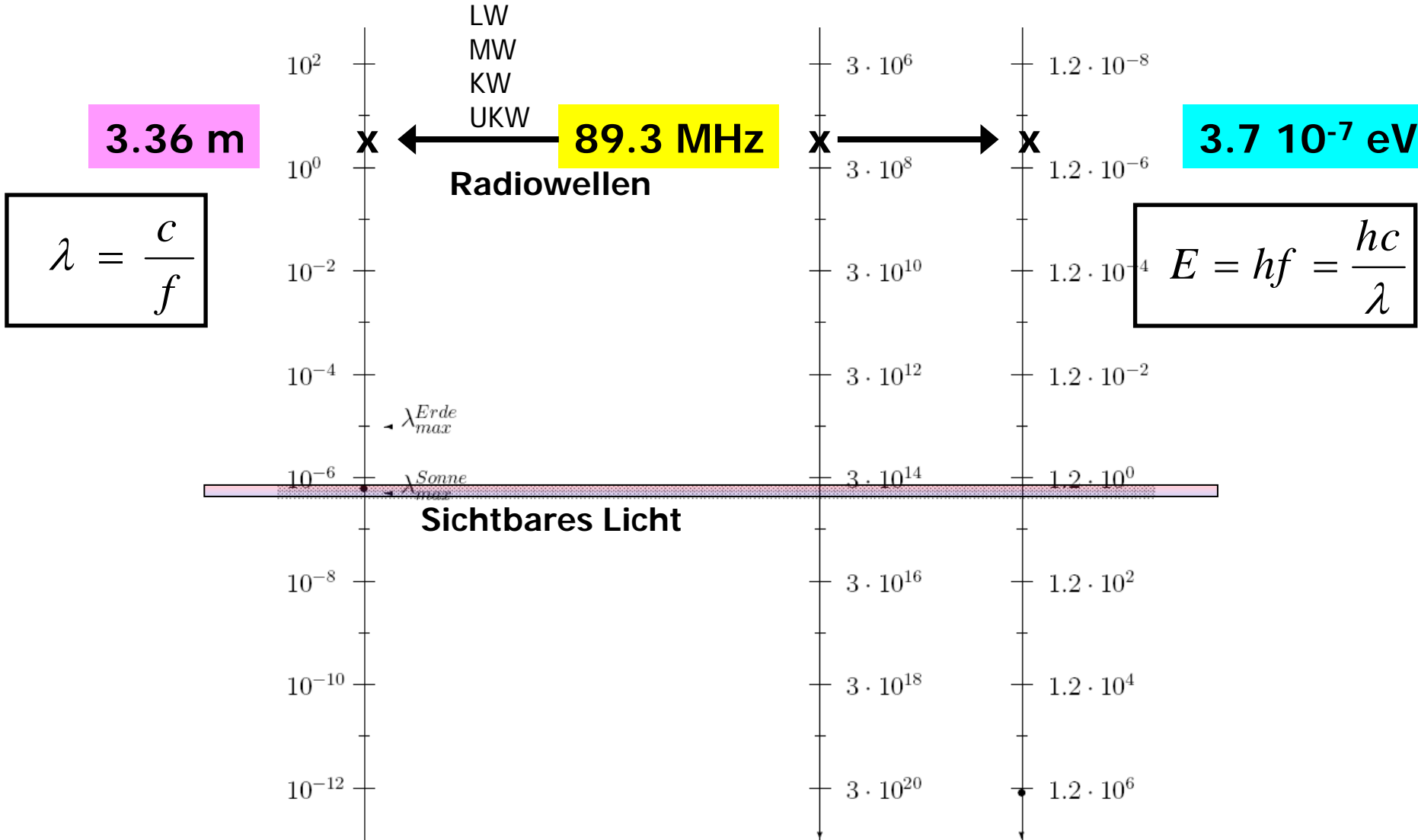
Farbe	Wellenlänge im Vakuum
Rot	780- 630 nm
Orange	- 580 nm
Gelb	- 560 nm
Grün	- 480 nm
Blau	- 420 nm
Violett	- 360 nm

Sichtbar: 780 – 360 nm; an den Grenzen nimmt die Empfindlichkeit des menschlichen Auges stark ab. Insektenaugen sind noch im näheren UV empfindlich

Weisses Sonnenlicht ist eine Mischung aus den Farben rot bis violett

Radiowellen

Wellenlänge λ [m] Frequenz f [Hz] Energie E [eV]



**Wie können elektromagnetische
Wellen erzeugt werden?**

Spektrum

Wechselwirkung mit Materie

Entstehung und Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen

Anschauliche Begründungen für Entstehung und Ausbreitung elektromagnetischer Wellen:

- Bewegte Ladung erzeugt elektromagnetische Wellen
- Wechselstrom (in Antenne) erzeugt Magnetfeld \mathbf{B} , wechselndes Magnetfeld \mathbf{B} induziert ein elektrisches Feld \mathbf{E} , wechselndes elektrische Feld \mathbf{E} erzeugt Magnetfeld \mathbf{B}

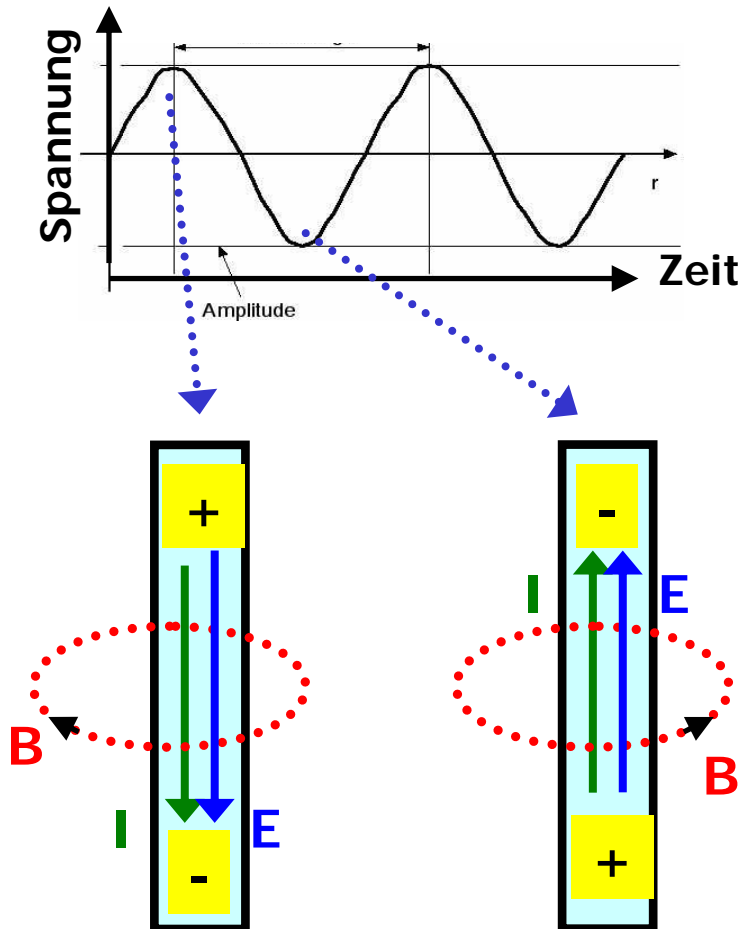
oder:

- - Ein sich zeitlich änderndes elektrische Feld erzeugt ein magnetisches Wirbelfeld
- Ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld
- usw.

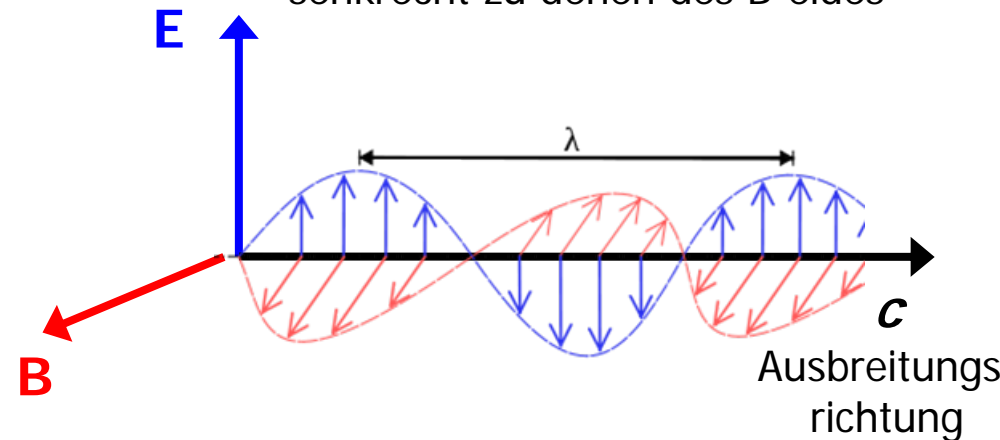
Erzeugung von Radiowellen

Eine **Antenne** ist ein gerades *Leiterstück*, in dessen Mitte eine Hochfrequenz-*Wechselspannungsquelle* angeschlossen ist.

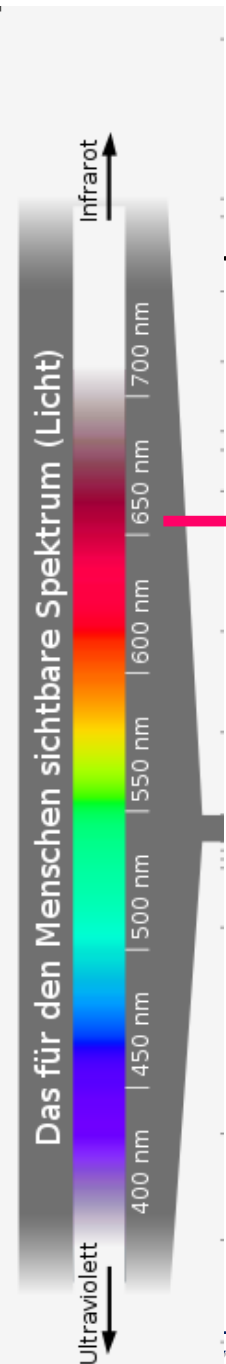
- An den Leiterenden kommen periodisch positive und negative Ladungen zu liegen. Ladung wird auf dem offenen Leiterstück hin und her transportiert. Dieser schwingender elektrischer Dipol (Hertzscher Dipol) erzeugt eine elektromagnetische Welle.



Dipolstrahlung ist polarisiert:
Schwingungen des E-Feldes stehen senkrecht zu denen des B-feldes



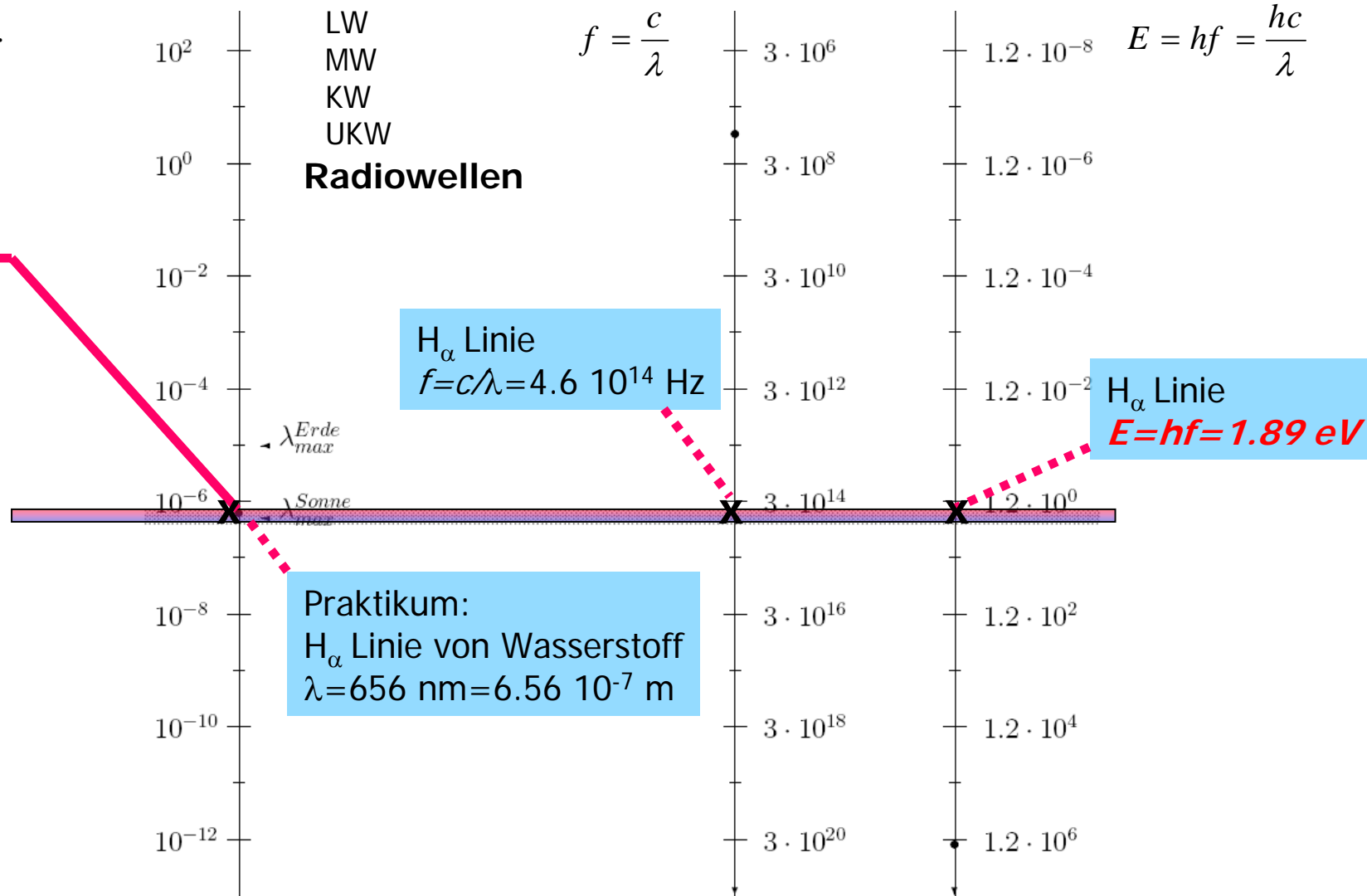
Emissionslinie des H-Atoms



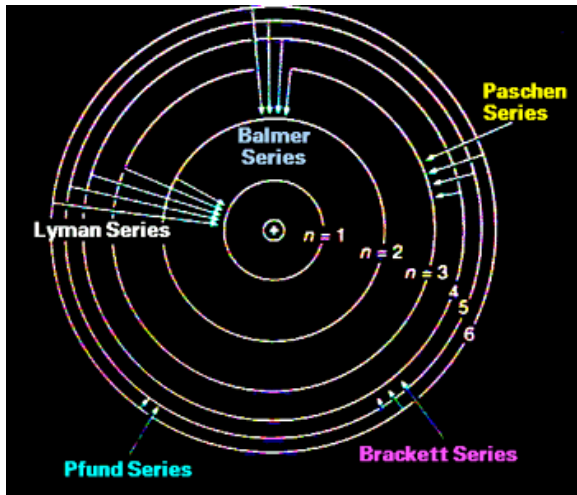
Wellenlänge λ [m]

Frequenz f [Hz]

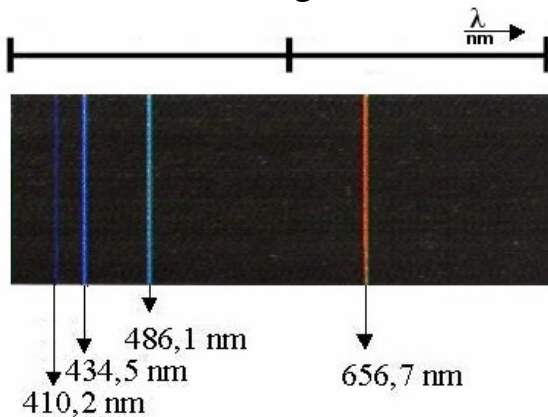
Energie E [eV]



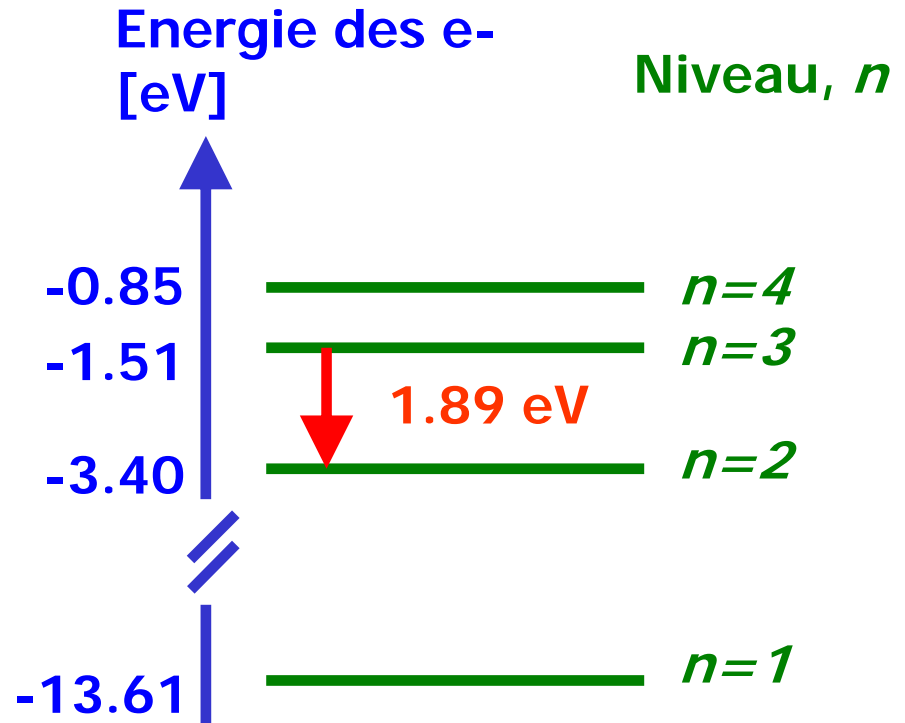
Entstehung von Linienspektren in der Atomhülle



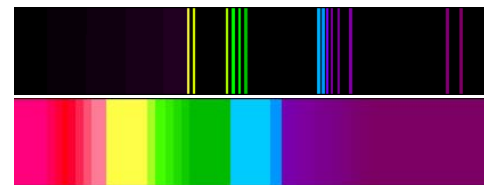
Entstehung der Emissionslinien nach dem Bohrschen Atommodell
 e^- kreisen um Kern auf diskreten Bahnen und Energieniveaus



Linienspektrum des H-Atoms im sichtbaren Bereich (Balmer Serie)



Angeregtes e^- geht in tieferes Energieniveau und gibt ein Photon ab.

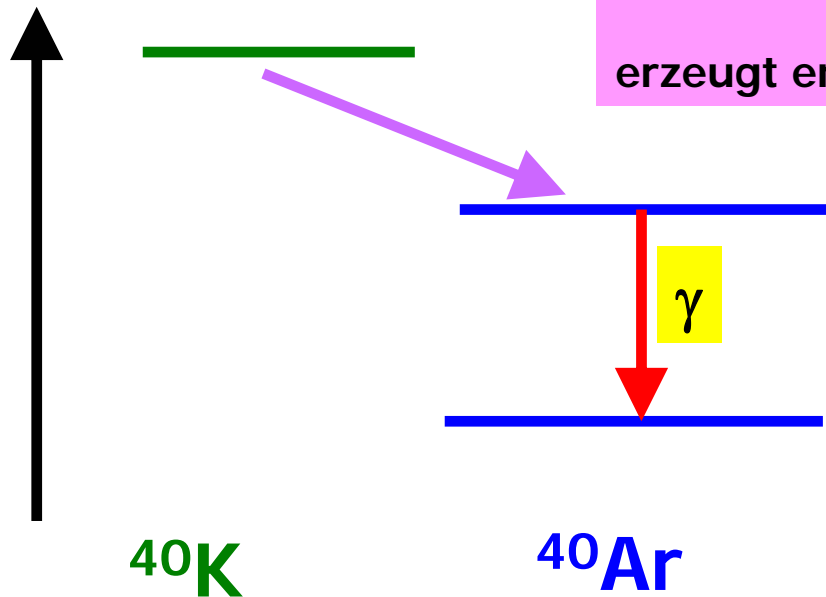


Linienspektrum von Kupfer (oben) und kontinuierliches Spektrum der Wärmestrahlung

Gammastrahlung → Entstehung

Mit Gammastrahlung bezeichnet man energiereiche (MeV) Photonen, welche typischerweise beim radioaktiven Zerfall entstehen

Energieniveaus
im Kern [MeV]



Radioaktiver Zerfall des ^{40}K Kerns

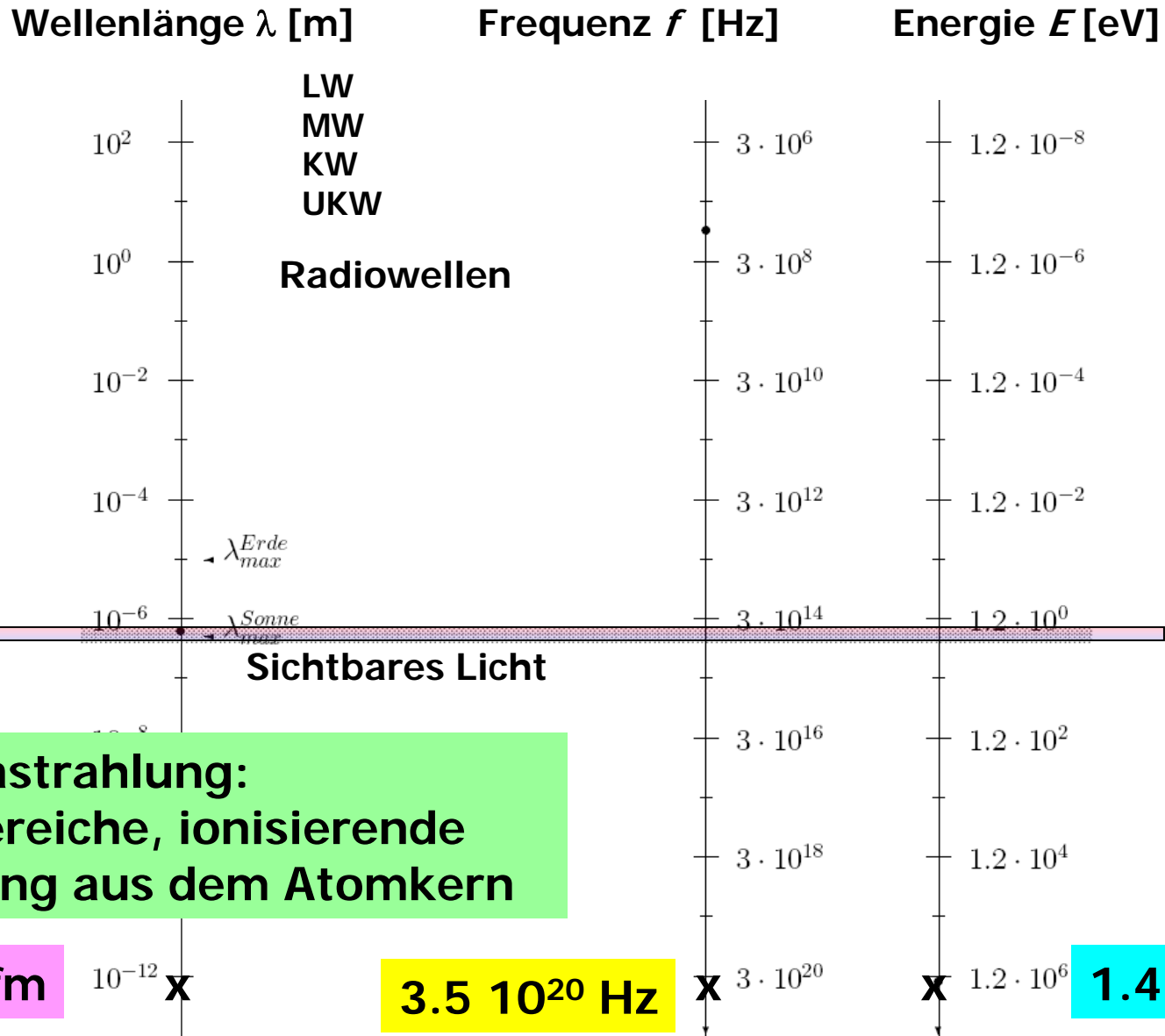


erzeugt energiereichen ^{40}Ar Kern

Gammastrahlung:
angeregter ^{40}Ar Kerns geht
in Grundzustand und gibt
ein Photon, γ , ab mit der
Energie:

$$E_{\gamma} = 1.46 \text{ MeV}$$

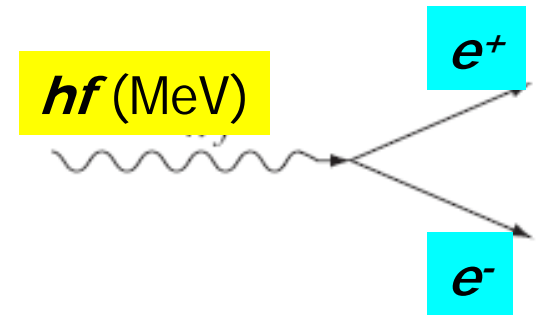
Gammastrahlen



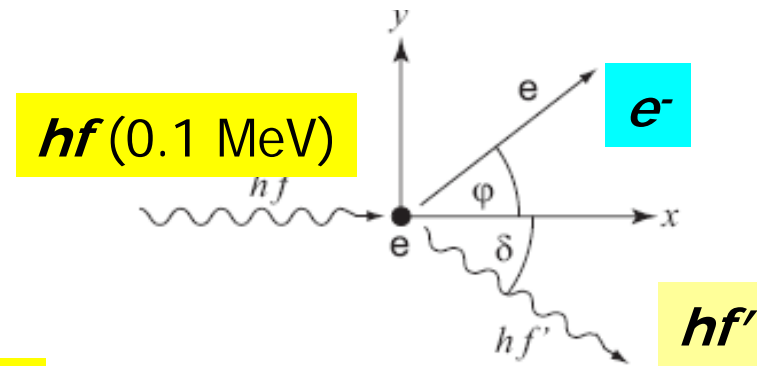
Wechselwirkung mit Materie

Paarbildung: Ein sehr energiereiches Photon erzeugt ein Positron- Elektron Paar

$hf > 2m_e c^2$ Photonenenergie muss grösser sein
Als Ruheenergie des $e^+ - e^-$ Paares

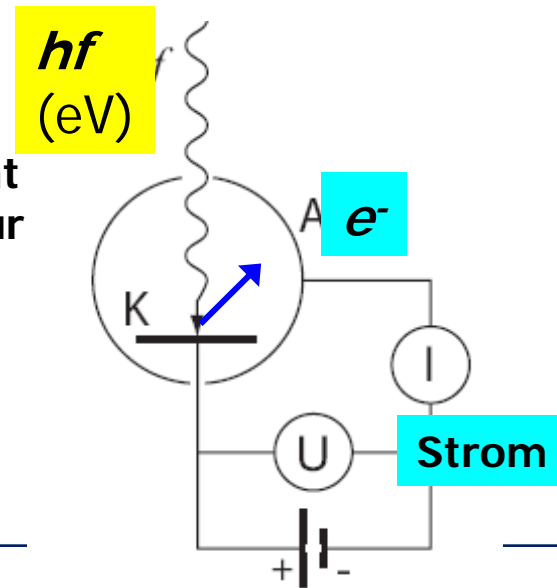


Comptoneffekt:
Energieriches Photon (ab Röntgenstrahlung)
stösst mit einem Elektron;
teilweise Energie und Impulsabgabe



Photoeffekt:
Bestrahlt man eine Metallplatte, K, mit Licht
können Elektronen austreten (Teilchennatur
des Lichts, Einstein 1905)

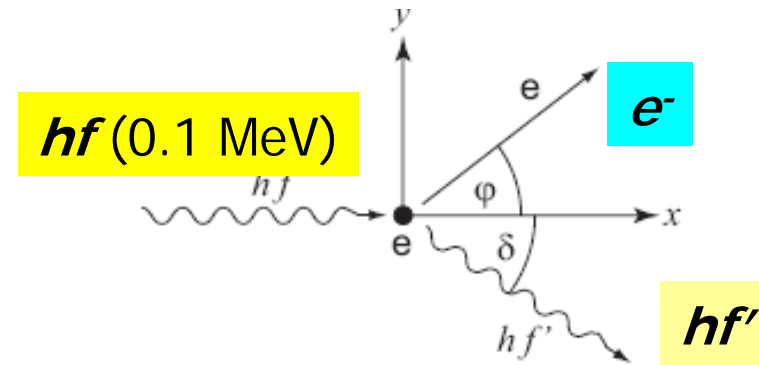
Energieerhaltung:
 $hf = \text{Ablösearbeit} + E_{kin}(e^-)$



Ionisierende Wirkung

Photonen können Atome ionisieren, wenn die Photonenergie (hf) grösser ist als die Bindungsenergie der Elektronen in der Atomhülle

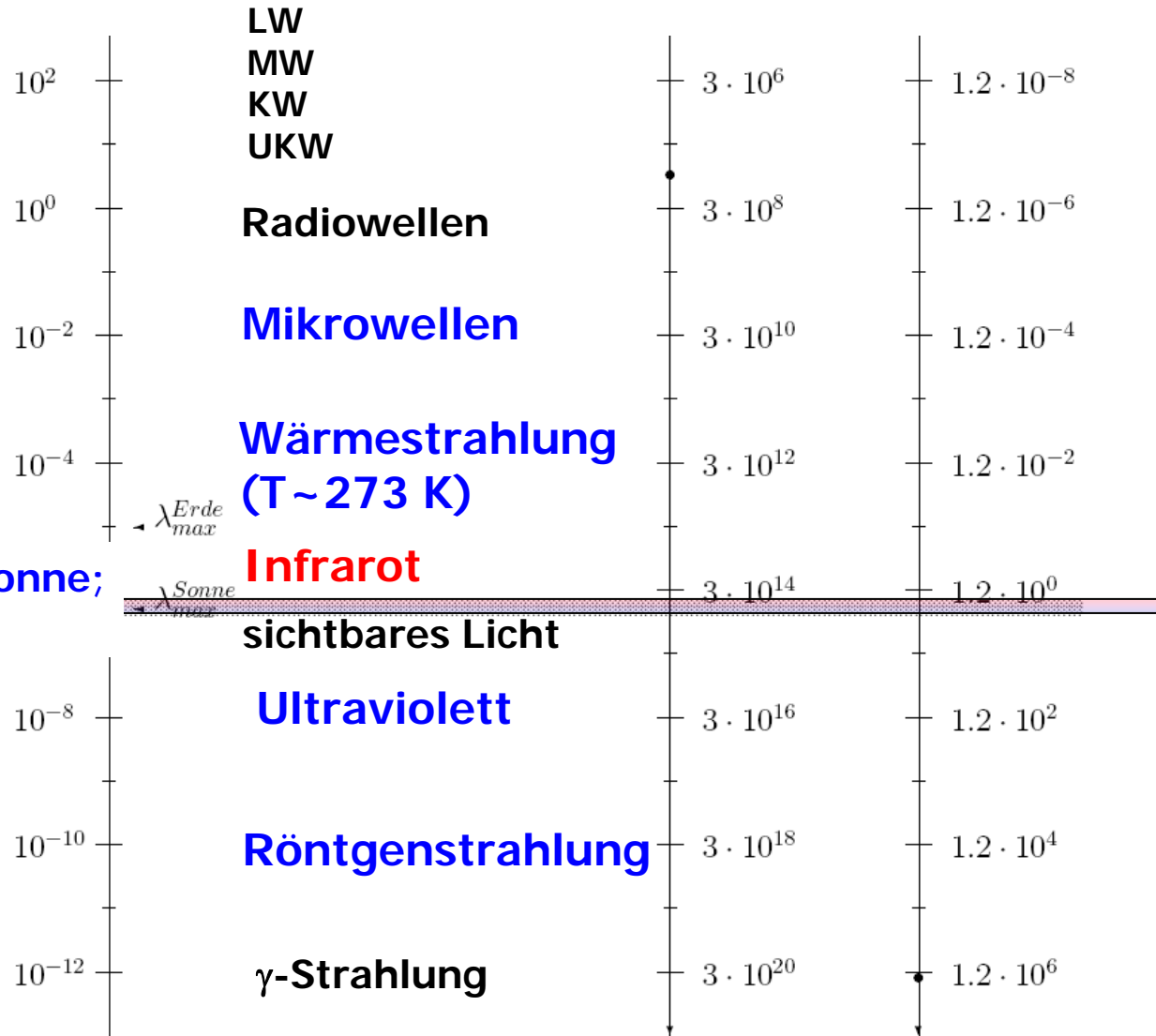
- Typische Bindungsenergie der e^- :
1-10 eV
- Typische Energie von Photonen der Röntgenstrahlung:
10-100 keV
- Typische Energie von γ -Quanten:
MeV



Bsp Comptoneffekt:
Photon schlägt e^- aus
Atomhülle

Spektrum elektromagnetischer Wellen

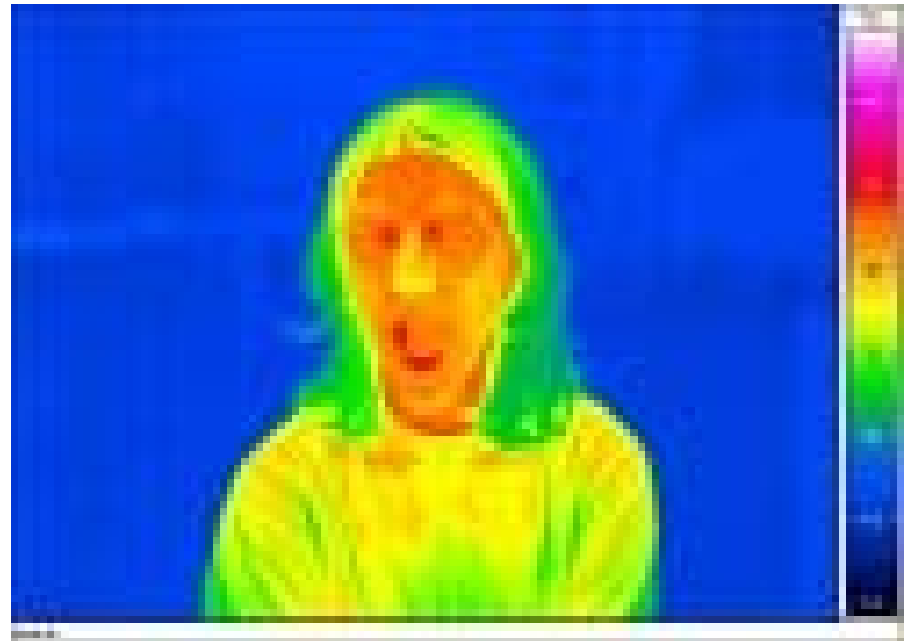
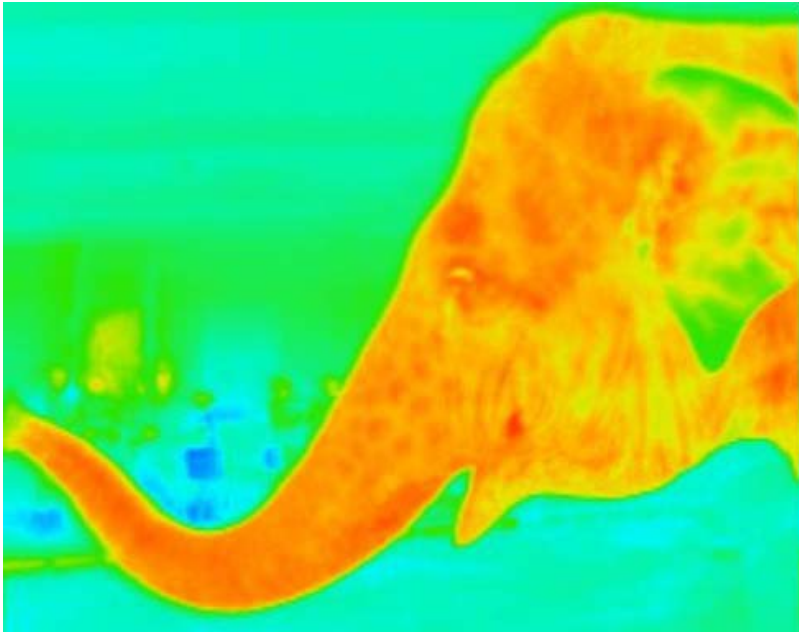
Wellenlänge λ [m] Frequenz f [Hz] Energie E [eV]



Wärmestrahlung Sonne;
T=6000 K)

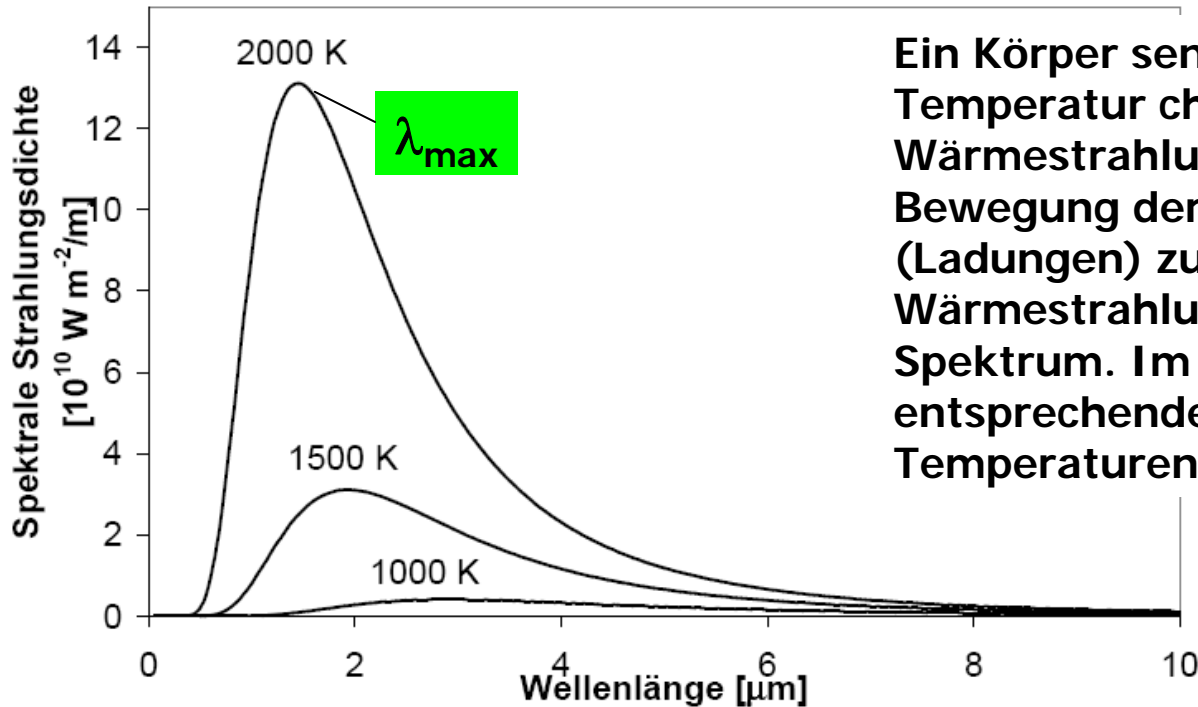
Wärmestrahlung

Thermographie; Wärmestrahlung



Physikalische Methoden in der Medizin:
Das Bild links oben zeigt die Temperaturverteilung eines Kopfes, jede Farbe entspricht einer bestimmten Temperatur. Mit solchen Bildern lassen sich Tumore und andere Entzündungen wegen ihrer höheren Körpertemperatur leichter lokalisieren.

Wärmestrahlung eines schwarzen Körpers



Ein Körper sendet eine für seine Temperatur charakteristische Wärmestrahlung aus welche durch die Bewegung der Atome/Moleküle (Ladungen) zustande kommt. Die Wärmestrahlung zeigt ein kontinuierliches Spektrum. Im Bild werden die entsprechenden Kurven für drei Temperaturen gezeigt

Stefan-Boltzmann: Abgestrahlte Leistung steigt mit der 4. Potenz der Temperatur

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$, A : Fläche des Körpers, T : Temperatur in [K], P : Leistung (Fläche unter Kurve)

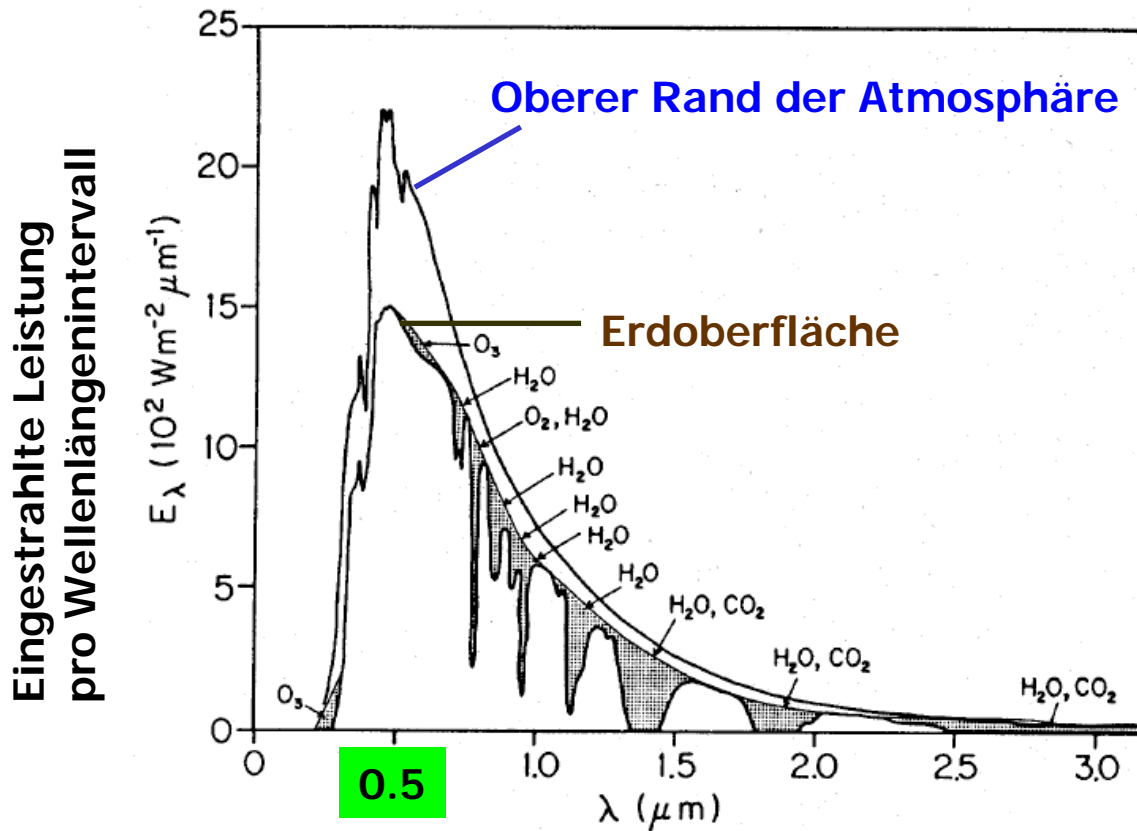
$$P = A \cdot \sigma \cdot T^4$$

Wiensches Verschiebungsgesetz

λ_{max} nimmt mit steigender Temperatur ab
(λ_{max} Strahlungsmaximum bei dieser Wellenlänge)

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{konst.} = 2.8978 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

Solare Einstrahlung



Die Abbildung zeigt die solare Einstrahlung am oberen Rand der Atmosphäre und an der Erdoberfläche. Ein Teil des Lichts wird durch Wolken und Aerosole in den Weltraum zurückgestreut. Ozon (O_3), H_2O und CO_2 Moleküle absorbieren in gewissen Wellenlängenbereichen (grau)

Die solare Strahlung deckt den ganzen Spektralbereich des elektromagnetischen Spektrums von Gamma und Röntgenstrahlung, über UV, sichtbarer und infraroter Strahlung bis hin zu Radiowellen ab.

Adaption des Auges, Adaption der Photosynthese an die Sonne: Das Energiemaximum der solaren Strahlung liegt im sichtbaren Bereich bei ca. 0.5 μm .

Ultraviolette Strahlung

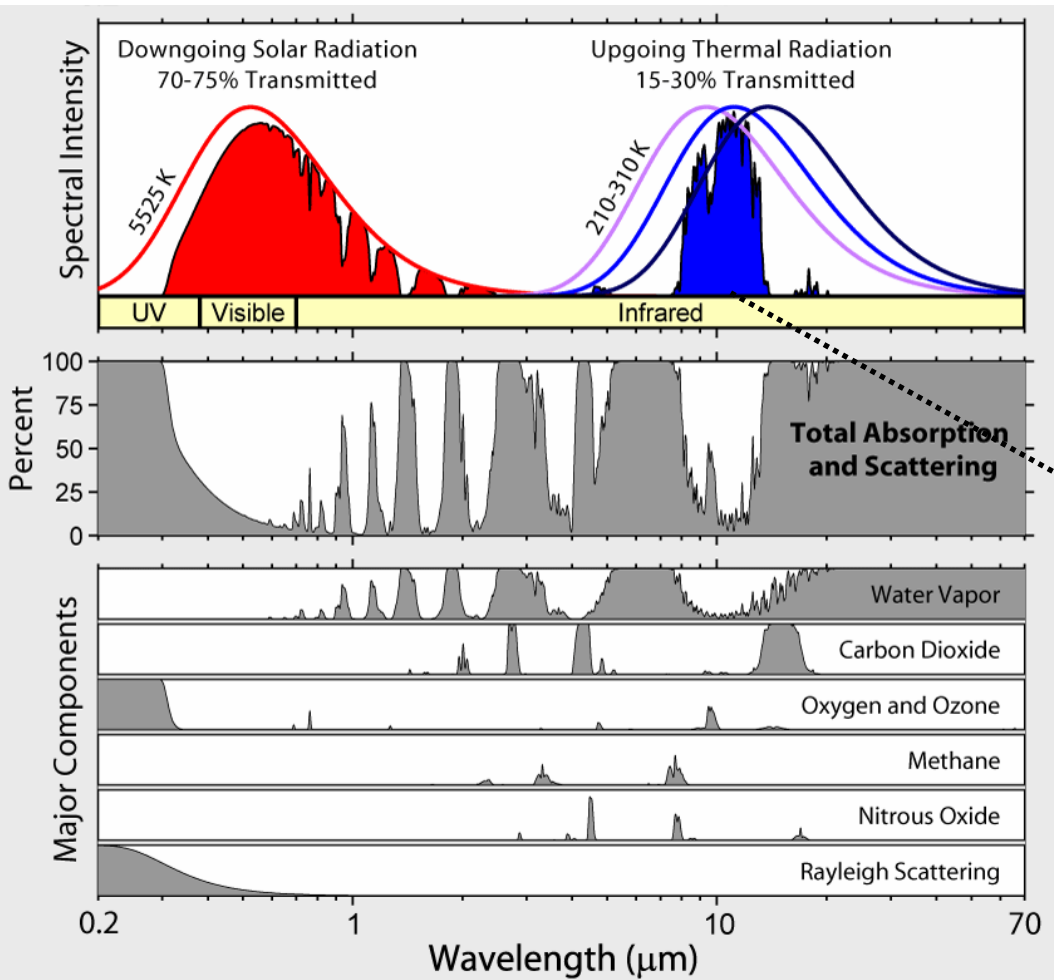
Ultraviolette Strahlung ist die energiereichste elektromagnetische Strahlung, welche die Erdoberfläche erreicht. Ultraviolette Strahlung kann zu Verbrennungen (Sonnenbrand) und anderen gesundheitlichen Schäden führen.

Vor allem Ozon in der Stratosphäre absorbiert die UV-Strahlung.

Anteil der Ultravioletten Strahlung, welcher Erdoberfläche erreicht

UVC: von 100 bis 280 nm	0%
UVB: von 280 bis 315 nm	5%
UVA: von 315 bis 400 nm	95%

Kurz- und Langwellige Atmosphärische Strahlung



Wien'sches Verschiebungsgesetz:

a) Wärmestrahlung der Erde, λ_{\max} ?

$$\lambda_{\max} = \frac{2.9 \times 10^{-3} \text{ m K}}{T_{\text{Erde}}}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2.9 \times 10^{-3} \text{ m K}}{2.9 \times 10^{-2} \text{ K}} = 10 \text{ } \mu\text{m}$$

b) Temperatur der Sonne, T_s ?

$$T_s = \frac{2.9 \times 10^{-3} \text{ m K}}{\lambda_{\max}}$$

$$T_s = \frac{2.9 \times 10^{-3} \text{ m K}}{5 \times 10^{-7} \text{ m}} = 6000 \text{ K}$$

Abwärtsgerichtete solare Strahlung (rot) und aufwärtsgerichtete Wärmestrahlung der Erde (blau). Die durchgezogenen Linien zeigen die schwarzkörper Strahlung für verschiedene angenommene Temperaturen

Ausbreitung elektromagnetischer Wellen

Ausbreitung elektromagnetischen Wellen

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:

elektrische Feldkonstante:

$$\epsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12} \text{ A s V}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

magnetische Feldkonstante:

$$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} \text{ V s A}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

c_0 ist für alle Frequenzen/Wellenlängen
gleich gross

$$c_0 = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} = 299'792'456.2 \text{ m/s}$$

Lichtgeschwindigkeit in Materie:

Dielektrizitätszahl ϵ , Permeabilitätszahl μ ,
Brechungsindex n

Lichtgeschwindigkeit hängt von
Material und Wellenlänge ab

$$c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c_0}{n}$$

Dispersion → Versuch Sammellinse

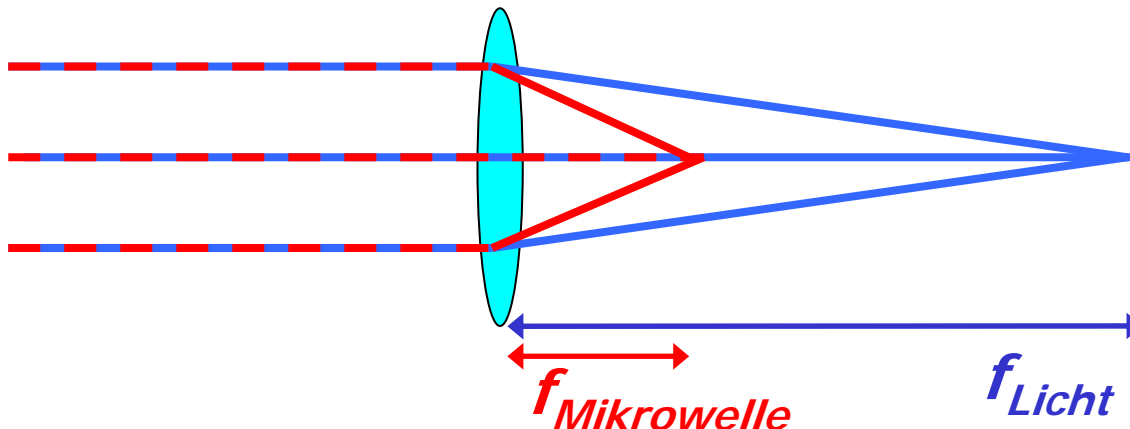
c und Brechzahl n hängen von der Wellenlänge ab:

$$c = \frac{c_0}{n(\lambda)}$$

- Licht unterschiedlicher Wellenlänge breitet sich unterschiedlich schnell aus. (Verzerrung eines Wellenpaketes eventuell "Informationsverlust")
- Für sichtbares Licht sinkt n mit zunehmender Wellenlänge (normale Dispersion)
- Im Mikrowellenbereich steigt n mit zunehmender Wellenlänge (anormale Dispersion)

$n(\text{Mikrowelle}) \gg n(\text{Licht})$

➤ **Sammellinse: kürzere Brennweite für Mikrowellen als für Licht**



Strahlengang von sichtbarem Licht (blau) und Mikrowellen (rot symbolisiert) durch eine Sammellinse

Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen

$$\vec{E} \perp \vec{B}, \vec{E} \perp \vec{c}, \vec{B} \perp \vec{c}$$

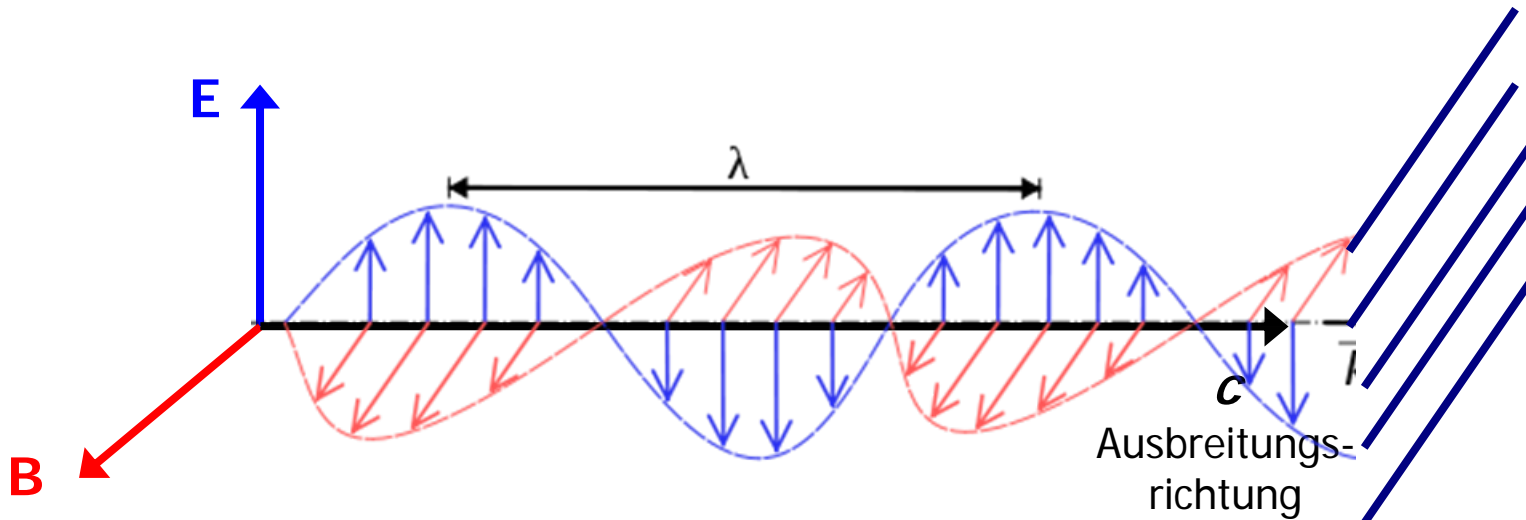
Rechte Handregel:

Daumen: \mathbf{E}

Zeigfinger: \mathbf{B}

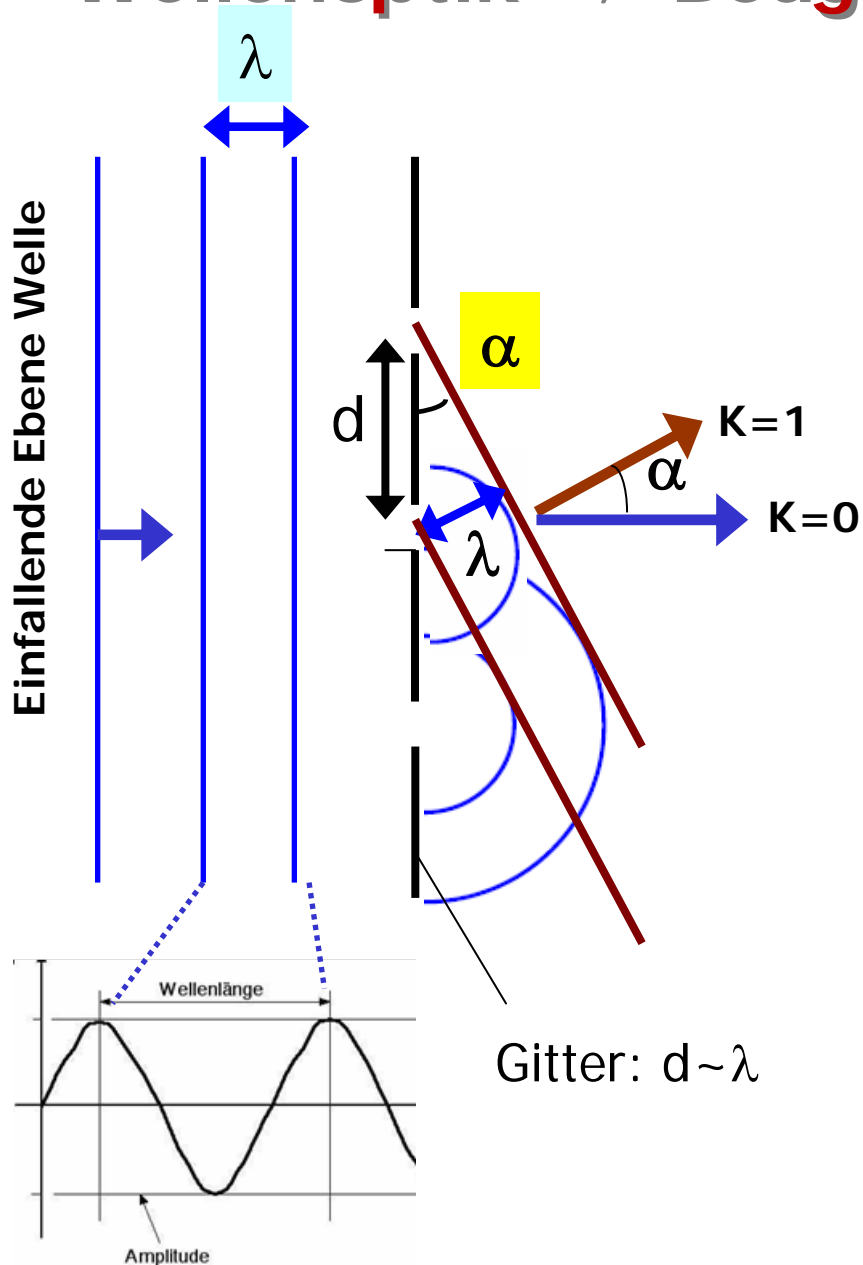
Mittelfinger: \mathbf{c}

Bsp: linear *polarisierte* ebene Welle:



Absorption an Metallgitter,
welches senkrecht zu E-Feld steht

Wellenoptik → Beugung an Hindernissen



Beugung:

„Ablenkung“ von Wellen (elektromagnetische, Elektronen-, Wasser-, Schallwellen, ..) an einem Hindernis.

Interferenz:

Wellen überlagern sich → Amplituden werden verstärkt oder abgeschwächt bis ausgelöscht

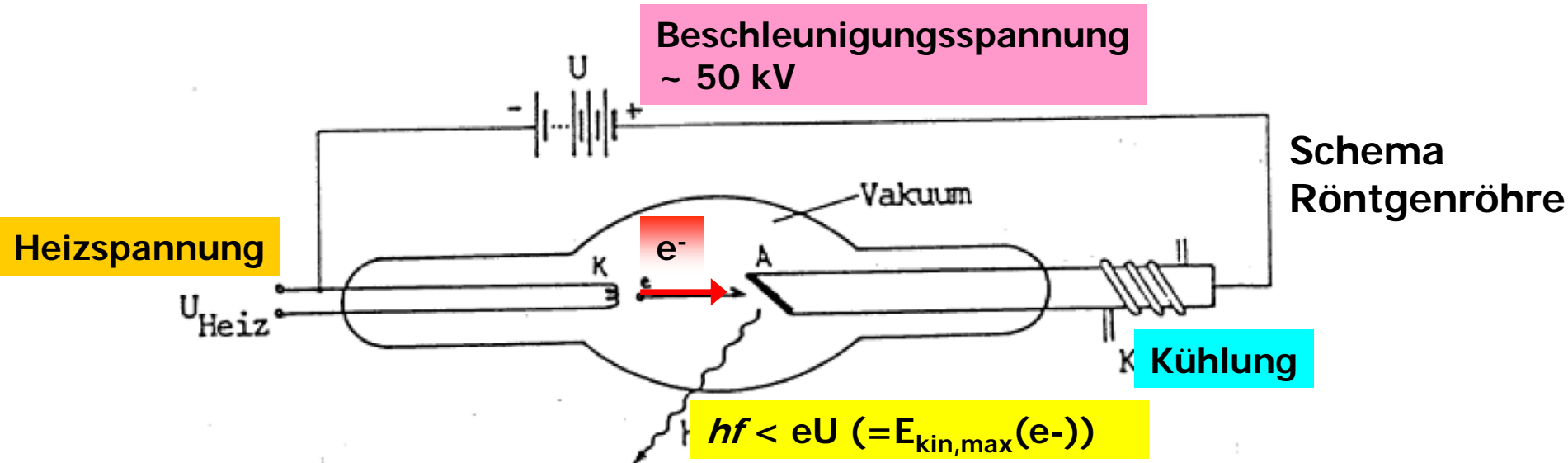
Röntgenstrahlen



Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923)
Er erhielt im Jahre 1901 als erster
Physiker den Nobelpreis.



Röntgenstrahlen → Erzeugung



- Spannung von 10-100 keV wird zwischen einer Kathode (K) und Anode (A) angelegt.
- Kathode wird geheizt für erleichterten e^- Austritt
- e^- treten aus der Kathode aus und werden zur Anode (A) hin beschleunigt. Zuwachs an kinetischer Energie ($E_{\text{kin,max}}(e^-) = eU$).
- An der Anode werden die e^- abgebremst unter Aussendung von Bremsstrahlung. Durch Wechselwirkung der e^- mit der Atomhülle entsteht die charakteristische Strahlung
- Anode muss gekühlt werden, da der Grossteil der Energie in Gitterbewegung des Anodenmaterial umgewandelt wird

Röntgenstrahlung \Rightarrow Spektrum - Bremsstrahlung

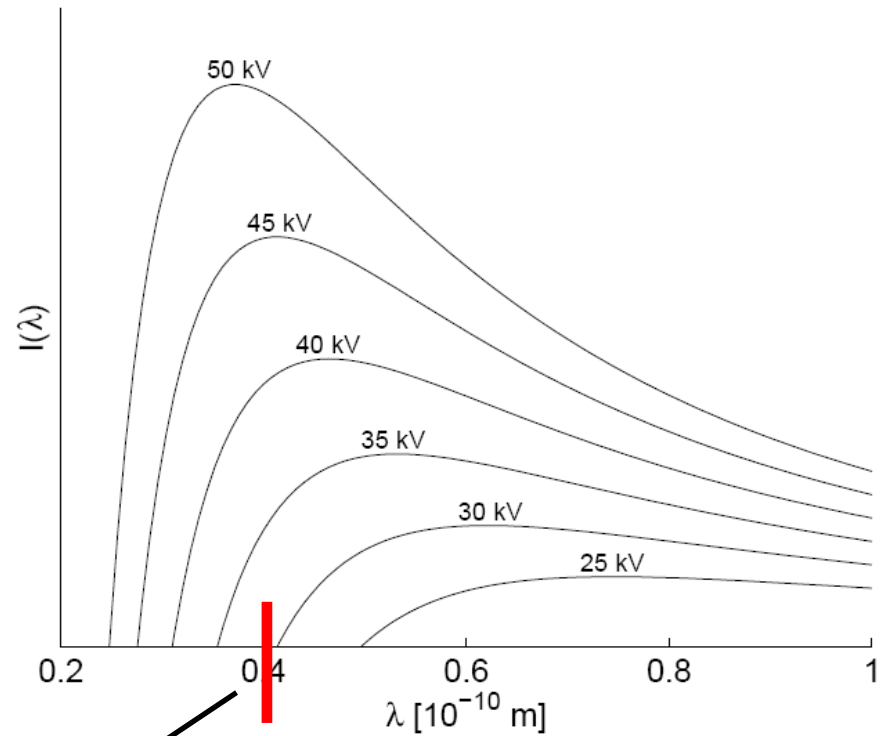
Entstehung der Bremsstrahlung

- Das Elektron wird im Anodenmaterial abgebremst und gibt einen Teil der Energie als Photon ab -> ein kontinuierliches Spektrum entsteht
- Im Grenzfall wird die gesamte kinetische Energie des Elektrons (eU) auf das Röntgenquant übertragen:

$$e \cdot U = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

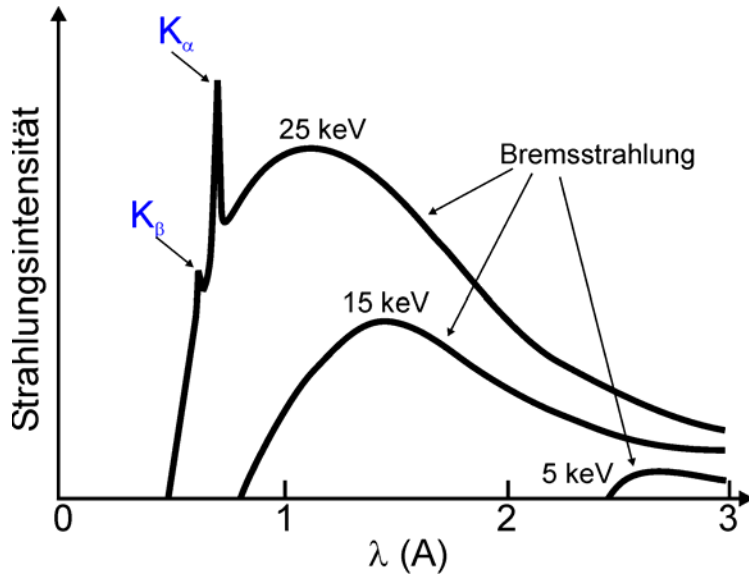
Bsp: $\lambda_{\min} = 0.04 \text{ nm}$

-> $eU = 31 \text{ keV}$ -> $U = 31 \text{ kV}$



Intensitätsverteilung, $I(\lambda)$ der Bremsstrahlung für verschiedene Beschleunigungsspannungen und für eine Wolframanode.

Röntgenstrahlung → Charakteristische Strahlung

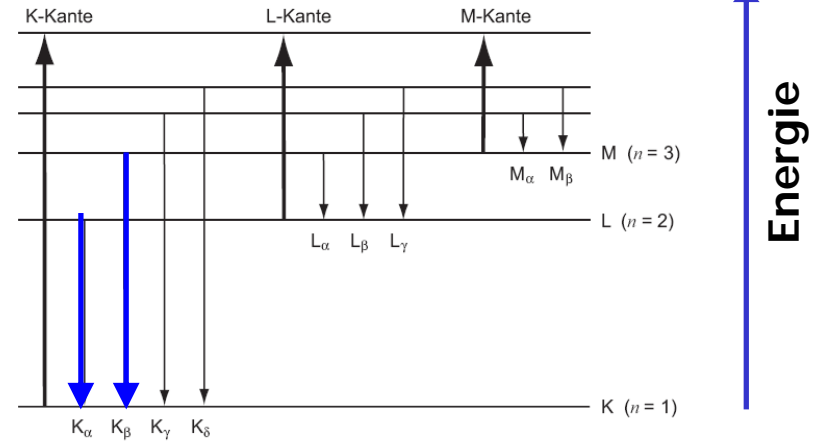


Spektrum der charakteristischen Strahlung mit Bremsstrahlung

Lage der Peaks hängt von Anoden-Material ab

Drei Elektronen involviert:

- 1) Einfallendes e^-
- 2) e^- welches aus Atomhülle geschlagen wird
- 3) e^- welches auf tieferes Niveau wechselt



Entstehung der charakteristischen Strahlung in den Atomhüllen der Anode.

- Die dick ausgezogenen Linien charakterisieren die Absorption; entsprechend viel Energie braucht das einfallende e^- um ein e^- aus der Hülle zu schlagen.
- Die dünnen Linien zeigen die e^- -Übergänge in der Hülle; die Energiedifferenz wird als charakteristische Strahlung abgestrahlt.

Absorption durch Materie

I : Intensität der elektromagnetische Strahlung

λ : Wellenlänge

δx : Dicke einer infinitesimal dünnen Materialschicht

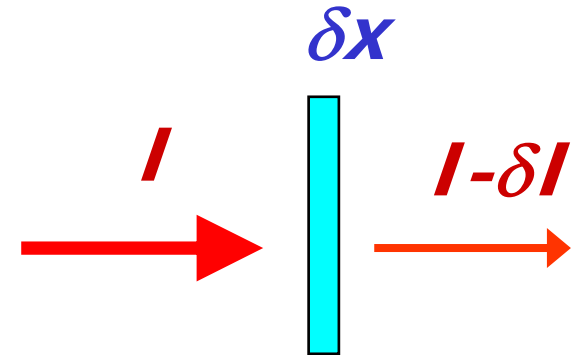
δI : Abnahme der Intensität

Z : Kernladungszahl

μ : Schwächungskoeffizient (m^{-1})

Typischerweise: $\mu \sim \lambda^3 Z^3$

für Röntgenstrahlung



Für kleine δx gilt: $\delta I = -\mu I \delta x$

Durchgang durch Materieschicht

Im Material gilt:

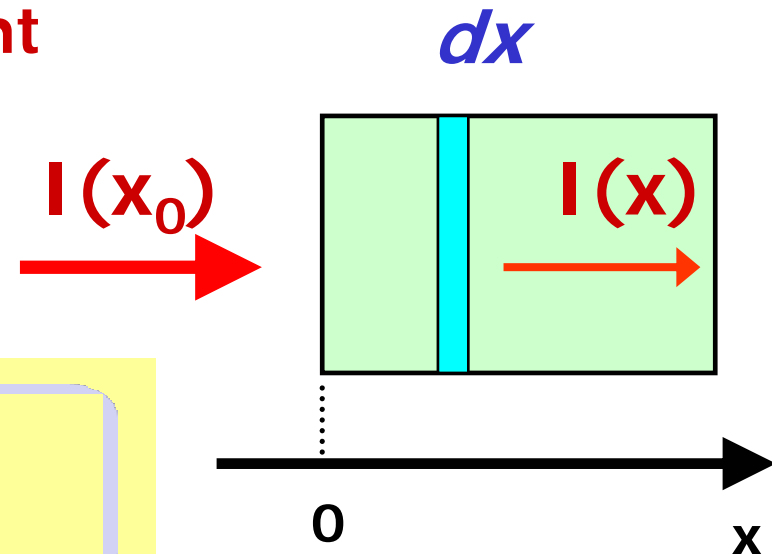
$$dI = -\mu I dx$$

$$\rightarrow dI/I = -\mu dx$$

$$\rightarrow I(x)/I(x_0) = \exp(-\mu x)$$

Also:

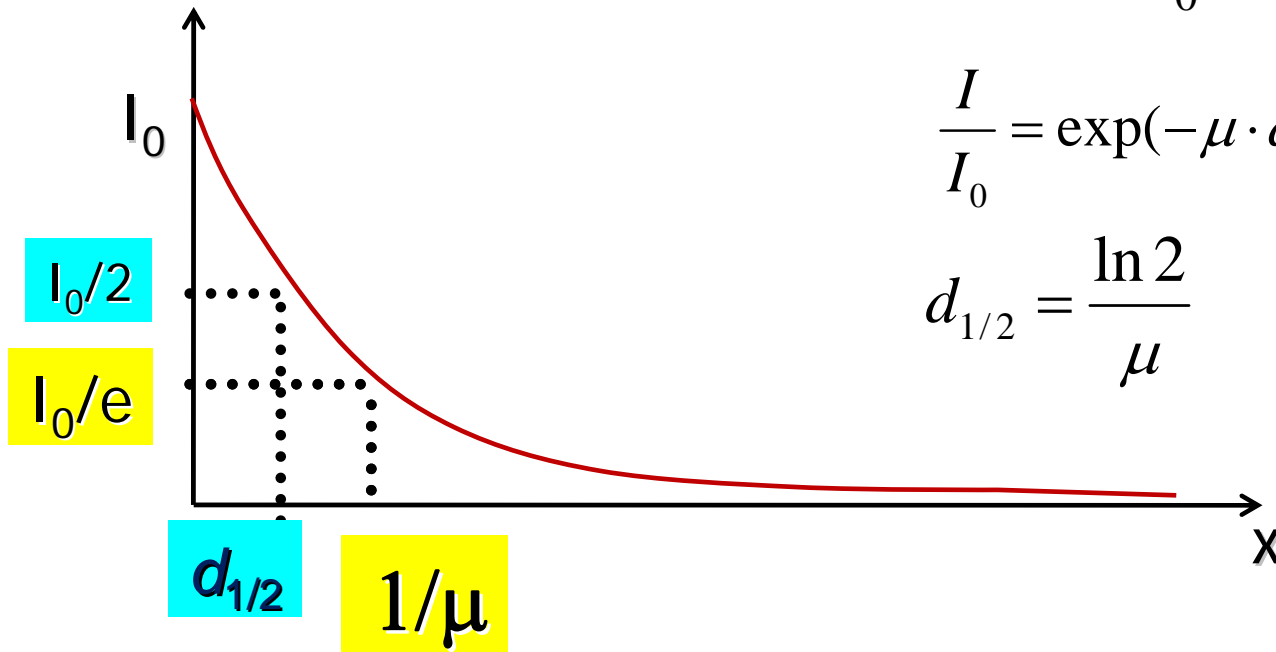
$$I(x) = I(x_0) \exp(-\mu \cdot x)$$



Charakteristische Dicke um Strahlung abzuschwächen ($1/\mu$) und Halbwertsdicke (Vgl. Bioelektrizität: charakteristische Zeit und Halbwertszeit um RC-Glied zu laden)

Halbwertsdicke (Abschwächung der Strahlung um die Hälfte:

Intensität, I



$$I = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x)$$

$$\frac{I}{I_0} = \exp(-\mu \cdot d_{1/2}) = \frac{1}{2}$$

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

Schwächungskoeffizient als Funktion der Energie und der involvierten Prozesse

