Konzeptvorlesung 17/18

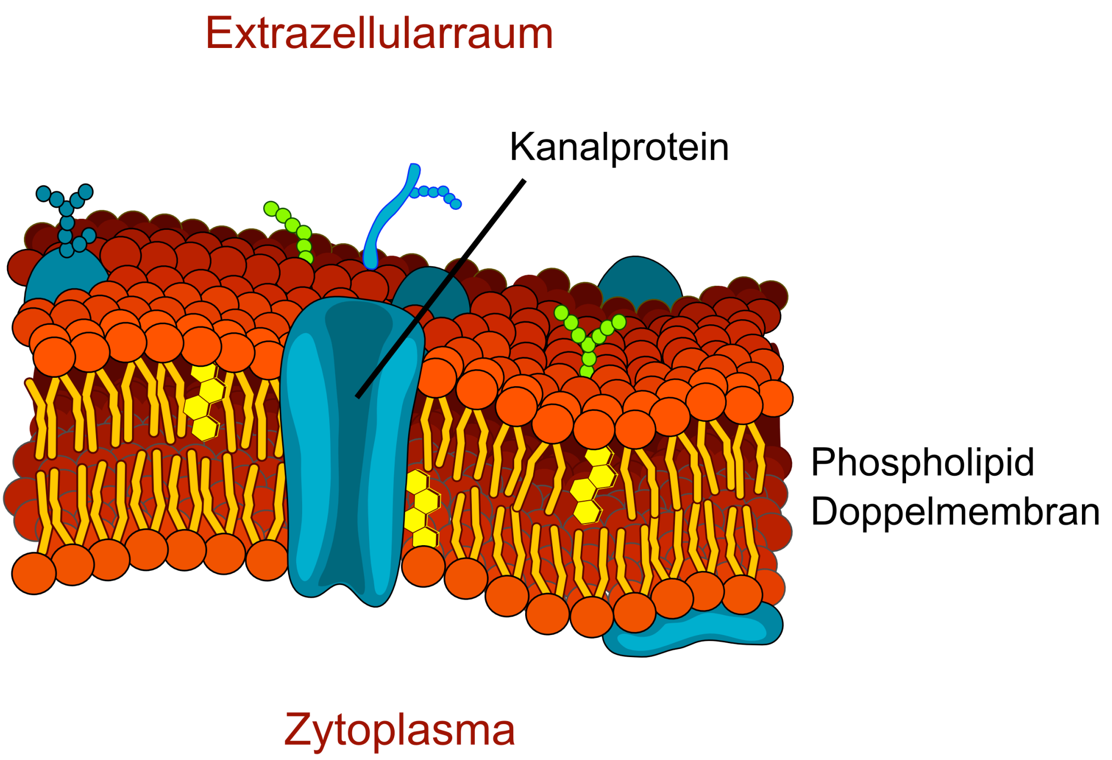
1. Jahr – Block 1 – Woche 4

Physikalische Grundlagen der Bioelektrizität

Physik

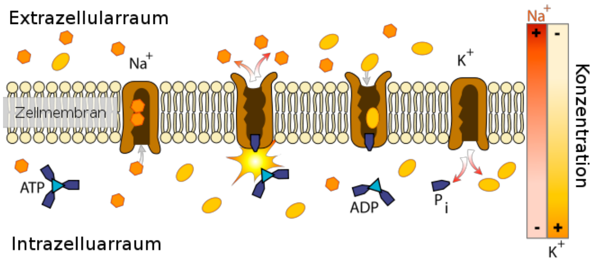
PD Dr. Hans Peter Beck
Laboratorium für Hochenergiephysik der Universität Bern

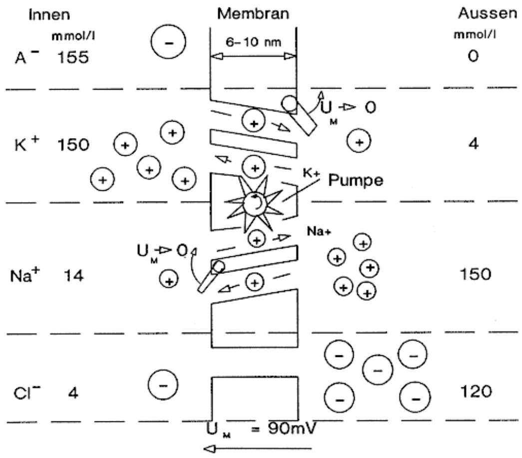
Elektrischen Phänomene an Zellmembranen



Elektrischen Phänomene an Zellmembranen

- Elemente der **Thermodynamik** und der **Elektrodynamik** bilden die Grundlage für die Erklärung der **elektrischen Phänomene an Zellmembranen**.





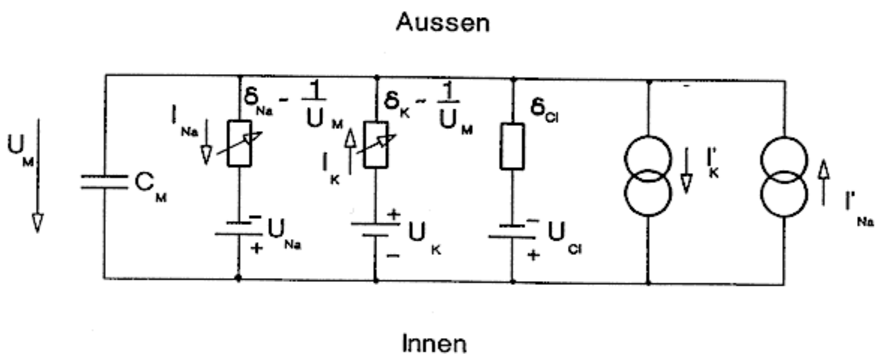
- Über Zellmembranen kann eine **elektrische Spannung** gemessen werden, die durch eine **Ladungstrennung** verursacht wird.

- Die Zusammenhänge zwischen
  - **Konzentrations-Gradienten,**
  - **elektrischen Gradienten** und
  - **Membran-Eigenschaften**

  können mit **physikalischen Methoden** verstanden werden.

Elektrischen Phänomene an Zellmembranen

- Die passiven **elektrischen Eigenschaften einer Zellmembran** können mit Hilfe eines **elektrischen Analogmodells bestehend aus RC-Gliedern** beschrieben werden.
  - Dabei sind
    - R Widerstand
    - C Kapazität
    - RC-Glied elektrischer Schaltkreis mit Widerstand und Kapazität



- Diese Konzeptvorlesung bildet eine (kurz-) Zusammenfassung zu den physikalischen Grundlagen zum Verständnis von bioelektrischen Phänomenen an Zellmembranen.

Thermodynamik → Diffusion

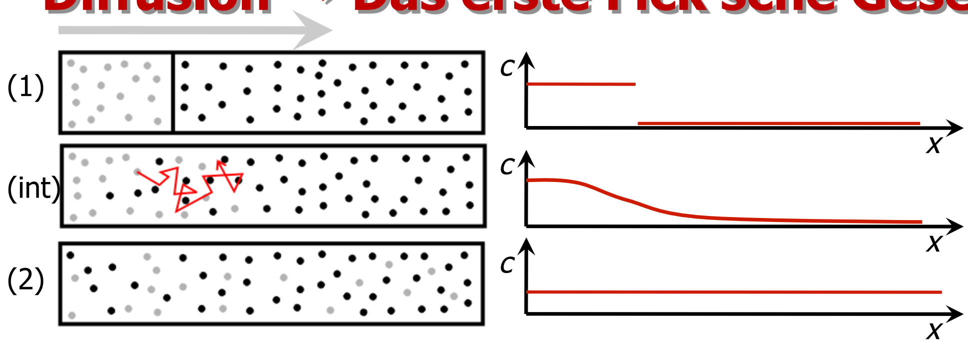
Diffusion
ist ein Transportphänomen, welches zu einer gleichmässigen Verteilung von Teilchen und somit (nach genügend langer Zeit) zur vollständigen Durchmischung führt.

Diffusion beruht auf der thermischen Eigenbewegung von Teilchen, wobei bei gegebener konstanter Tempereatur T keine weitere Energie zugeführt werden muss.

Bei den Teilchen kann es sich um **Atome**, **Moleküle**, **Ionen, Partikel** handeln.

Bei **ungleichmäßiger Verteilung** bewegen sich statistisch mehr Teilchen aus Bereichen hoher Konzentration in Bereiche geringer Konzentration als umgekehrt. Dies führt schliesslich zu einer **gleichmässigen Verteilung im Gleichgewichtszustand**.

Diffusion → Das erste Fick'sche Gesetz



$$\Rightarrow \frac{dc}{dx} = nicht\ definiert$$

$$\Rightarrow \frac{dc}{dx} \neq 0$$

$$\Rightarrow \frac{dc}{dx} = 0$$

$$J = -D \cdot A \cdot \frac{dc}{dx} \quad \text{erstes Fick´sches Gesetz}$$

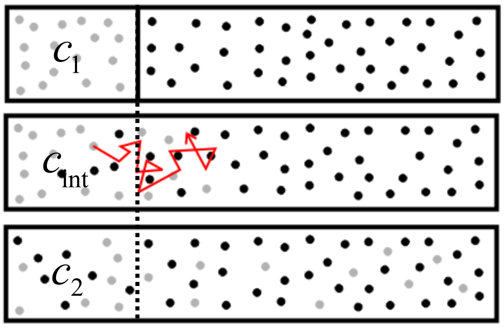
Der **Strom von Teilchen** durch eine **Querschnittsfläche A** ist proportional zum **Konzentrationsgradienten**.

Hier ist mit J der Netto-Strom gemeint; da sich immer Teilchen von links nach rechts sowie von rechts nach links bewegen.

$J = \frac{dN}{dt}$	Strom $\left[\mathrm{mol \cdot s^{-1}}\right] \rightarrow$ Anzahl Moleküle, welche pro Zeit t durch eine Querschnittsfläche A fliessen.	$\frac{dc}{dx}$	Konzentrationsgradient $\left[\mathrm{mol/m^4}\right]$ $\rightarrow$ Änderung der Konzentration entlang der Strecke x
A	Querschnittsfläche $\left[\mathrm{m^2}\right]$		
c	Konzentration $\left[\mathrm{mol/m^3}\right]$	D	Diffusionskoeffizient $\left[\mathrm{m^2/s}\right]$

Diffusion → Gibbs´sche Energie

(1) (int) (2)



Betrachte nur das linke Teilvolumen!

$G_1 = G_{\mathrm{Glgw}} + \Delta G_{1\to 2}$	Anfangszustand
$G_{\mathrm{int}} = G_{\mathrm{Glgw}} + \Delta G_{\mathrm{int}\to 2}$	Konzentrations-ausgleich im Gang
$G_2 = G_{\mathrm{Glgw}}$	Gleichgewicht

Ein Konzentrationsgradient hat einen Teilchenstrom zur Folge. $c_1 > c_{\mathrm{int}} > c_2$

Entsprechend kann man daher eine potentiellen Energie G definieren, welche zu einer netto Bewegung führen.

Die Gibbs´sche Energie G (manchmal auch als Freie Energie bezeichnet) bestimmt dieses Potential.

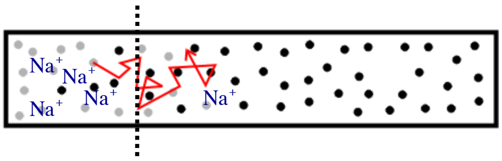
Relevant sind nur Abweichungen von der Gleichgewichtslage. Für diese gilt:

$$\Delta G_{1\to 2} = -nRT\ln\frac{c_1}{c_2}$$

n Anzahl Mol $[\mathrm{mol}]$
R Universelle Gaskonstante $8.3\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$
T Temperatur $[\mathrm{K}]$

Ein negativer Wert bedeutet, dass der Prozess 1→2 von alleine läuft. (Vorzeichen Konvention)

Zellmembran → Ruhepotential



Falls die Teilchen zusätzlich **geladen** sind, z.Bsp. **Ionen wie Na⁺, Ka⁺, Cl⁻, ...** muss zusätzlich zum Gibbs´schen Potential auch noch das **elektrische Potential**, welches sich durch die **Ladungstrennung** ergibt mitberücksichtig werden.

Im Gleichgewicht wirkt dann ein Konzentrationsgradient einer Ladungstrennung entgegen.
Es entsteht eine **Spannung über der Membran**.

$$\Delta W \overset{!}{=} \Delta G$$

$$\Delta W = Q\cdot U$$

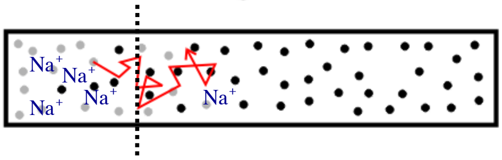
$$\Delta G = -nRT\ln\frac{c_1}{c_2}$$

ΔW elektrische Energie [J]
ΔG Gibb´sche Energie [J]
Q totale Ladung [C]
U Spannung [V]

$$\Rightarrow U = -\frac{nRT\ln\frac{c_1}{c_2}}{Q}$$

Ruhepotential über einer Zellmembran bei einem Konzentrationsgradienten geladener Teilchen

Zellmembran → Ruhepotential → Nernst Gleichung



$$U = -\frac{nRT \ln \frac{c_1}{c_2}}{Q}$$

Die Ladung Q lässt sich umschreiben; es gilt: $Q = N \cdot q = n \cdot z \cdot e \cdot N_A = n \cdot z \cdot F$

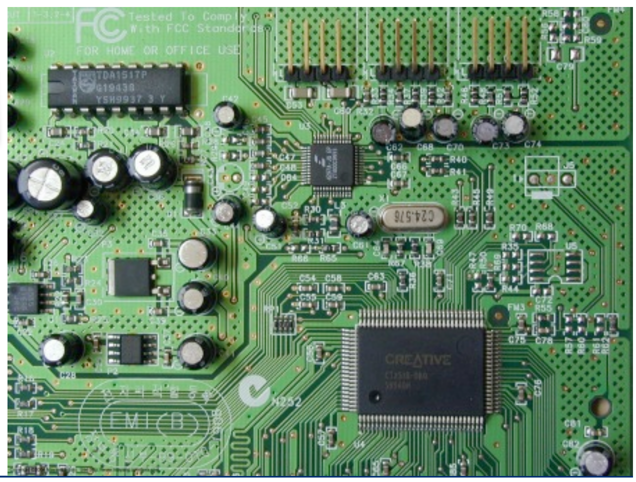
ΔW	elektrische Energie [J]	q	Ladung eines Teilchens [C]; $q = z \cdot \mathrm{e}$
ΔG	Gibb´sche Energie [J]	z	Ladungszahl
Q	totale Ladung [C]	e	elementar Ladung [C]; $\mathrm{e} = 1.602176487(40) \times 10^{-19}$ C
U	Spannung [V]	$\mathrm{N_A}$	Avogadro-Zahl; $\mathrm{N_A} = 6.02214179(30) \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
N	anzahl Teilchen; $N = n \cdot \mathrm{N}_A$	F	Faraday-Konstante; $\mathrm{F = e \cdot N_A} = 96485{,}3399\ (24)\ \mathrm{C{\cdot}mol^{-1}}$
n	anzahl Mol [mol]		

$$\Rightarrow U = -\frac{RT \ln \frac{c_1}{c_2}}{zF} \quad \text{Nernst´sche Gleichung}$$

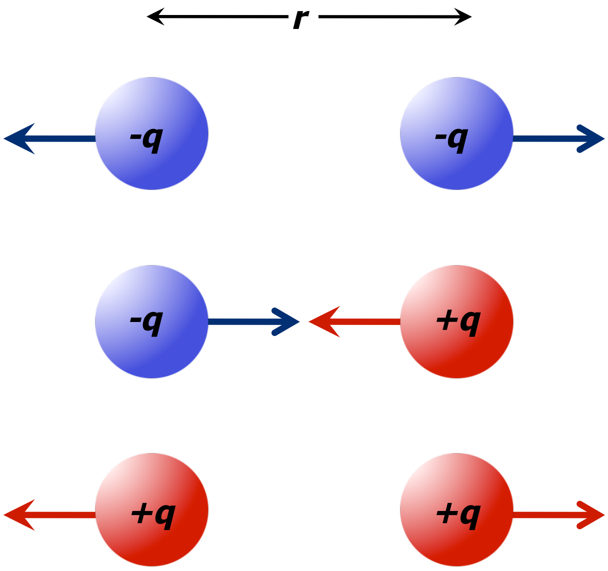
Die Nernst´sche Gleichung ist von grosser Bedeutung in der Physiologie. Um sie besser zu verstehen werden daher erst einmal die Begriffe der **Elektrizitätslehre** aufgefrischt

→ Rest dieser Vorlesung

GRUNDLAGEN DER ELEKTRIZITÄTSLEHRE



Elektrizitätslehre → Coulomb Kraft



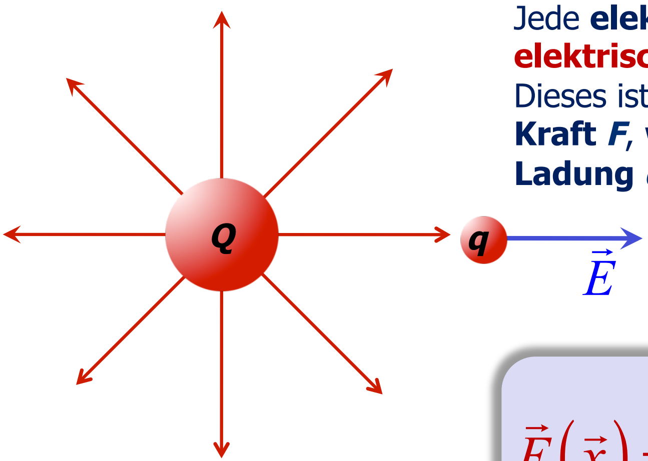
Zwei **Ladungen *q_1*** und ***q_2***, die sich im **Abstand *r*** zueinander befinden, üben eine Kraft aufeinander aus. Diese heisst **Coulomb-Kraft *F_C***.

$$\vec{F}_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

ε_0 ist die **elektrische Feldstärke** und hat einen exakt definierten Wert von
ε_0= 8.854 187 817…×10^{-12} C^2/Nm^2
= 8.854 187 817…×10^{-12} F/m.

Elektrische Ladung q wird in **Coulomb** gemessen und ist immer ein ganzzahliges Vielfaches der **Elementarladung e**.
e=1.609·10^{-19} C.

Elektrizitätslehre → Elektrisches Feld

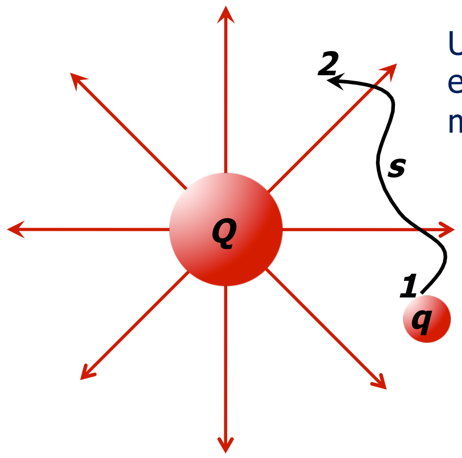


Jede **elektrische Ladung *Q*** bewirkt **ein elektrisches Feld *E***.
Dieses ist definiert als Verhältnis der **Coulomb-Kraft *F***, welche auf eine **Ladung *q*** wirkt, und der **Ladung *q***:

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{\vec{F}}{q} \qquad [E] = \frac{N}{C}$$

Die **elektrische Feldstärke *E*** ist in jedem Raum-Punkt (x_1, x_2, x_3) ein Vektor, der in Richtung der **Kraft *F*** zeigt.

Elektrizitätslehre → Elektrische Spannung



Um eine **Ladung *q*** in einem **elektrischen Feld *E*** von einem **Punkt 1** zu einem **Punkt 2** zu bewegen muss **Arbeit** verrichtet werden.

Arbeit = Kraft · Weg und Kraft = Feld · Ladung

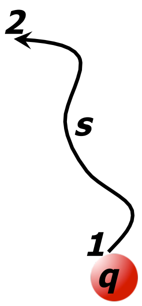
$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Elektrische Spannung ist definiert als die **Arbeit *W***, welche pro **Ladung *q*** verrichtet werden muss, um diese vom **Punkt 1** zum **Punkt 2** zu transportieren:

$$U = \frac{W}{q} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad [U] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} \equiv \mathrm{V} = 1\,\mathrm{Volt}$$

Die Einheit der **elektrischen Spannung** ist **Energie pro Ladung**, welche abgekürzt als **Volt** geschrieben wird.

Elektrizitätslehre → Elektrischer Strom

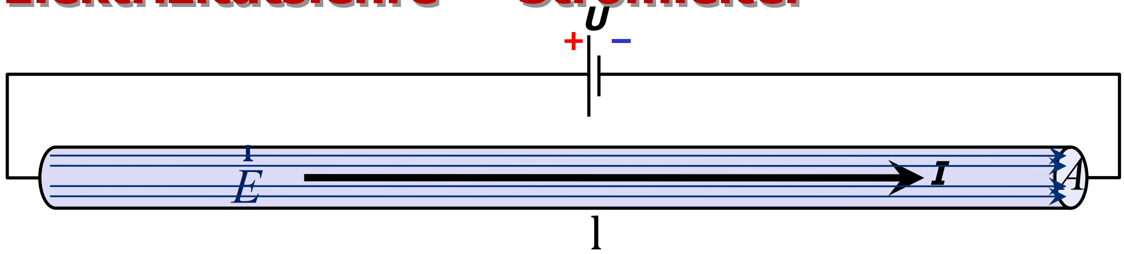


Elektrischer Strom entsteht wenn Ladung bewegt wird. Die **Stromstärke** misst wieviel **Ladung pro Zeit** durch einen Leiter fliesst:

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad [I] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} \equiv \mathrm{A} = 1\,\mathrm{Ampere}$$

Die Einheit der **elektrischen Stromstärke** ist **Ladung pro Zeit**, welche abgekürzt als **Ampere** geschrieben wird.

Elektrizitätslehre → Stromleiter



Liegt über einem Leiter der **Länge** ℓ und **Querschnittsfläche** ***A*** eine **Spannung** ***U*** an, bewirkt dies ein **elektrisches Feld** der Stärke ***E=U/ℓ***. Bewegliche Ladungsträger im Innern des Leiters ‚spüren' dieses elektrische Feld gemäss ***F=qE*** und setzen sich in Bewegung. Es fliesst ein Strom!

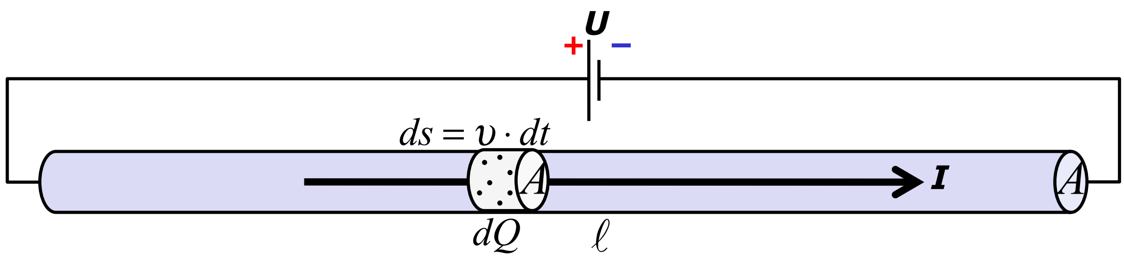
Die Ladungsträger sind im Leiter nicht völlig frei (Reibung), daher stellt sich eine endliche Geschwindigkeit ***υ*** ein, mit welcher sich diese entlang des elektrischen Felds bewegen:

$$\upsilon = b \cdot E$$

b ist dabei die **Beweglichkeit** der Ladungsträger (Elektronen und Ionen).
Die Beweglichkeit wird in [m^2/Vs] gemessen. b ist positiv für positiv geladene Ladungsträger, und negativ für negativ geladene Ladungsträger.

Kennt man noch die **Dichte der Ladungsträger *n*** und deren **Ladung *q*** lässt sich bei gegebener Spannung die Stromstärke in einem Leiter bestimmen.

Elektrizitätslehre → Stromleiter

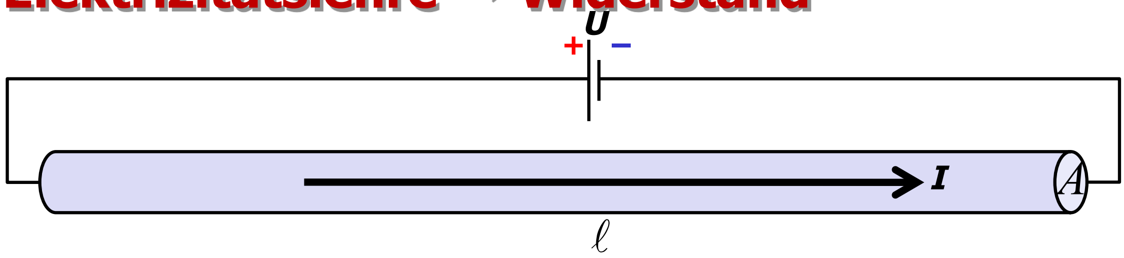


$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dVnq}{dt} = \frac{A \cdot ds \cdot n \cdot q}{dt} = A \cdot \upsilon \cdot n \cdot q = b \cdot E \cdot n \cdot q \cdot A = \frac{b \cdot n \cdot q \cdot A}{\ell} \cdot U$$

Stromstärke in einem Leiter: $$I = \frac{b \cdot n \cdot q \cdot A}{\ell} \cdot U$$

q	$[\mathrm{C}]$	Ladung eines Ladungsträgers	b	$\left[\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{Vs}}\right]$	Beweglichkeit
A	$[\mathrm{m}^2]$	Querschnittsfläche			
ℓ	$[\mathrm{m}]$	Länge des Leiters	n	$\left[\frac{1}{\mathrm{m}^3}\right]$	Dichte der Ladungsträger

Elektrizitätslehre → Widerstand



Die **Spannung *U*** lässt sich nun als Funktion der **Stromstärke I** angeben:

$$U = \underbrace{\frac{\ell}{b \cdot n \cdot q \cdot A}}_{R} \cdot I$$

$$\boxed{U = R \cdot I}$$

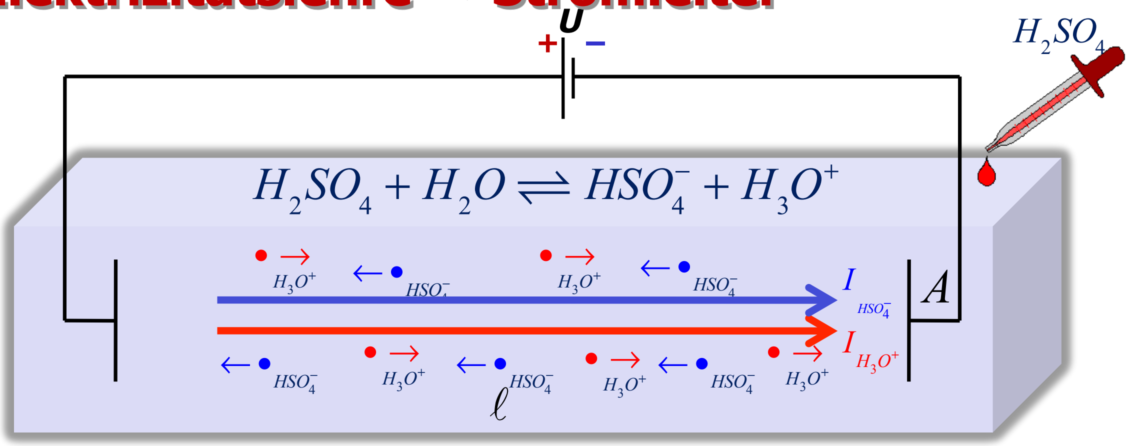
Die Grösse ***R*** wird als **Widerstand** bezeichnet. [R] = V/A = Ω = 1 Ohm

$$\boxed{R = \frac{\ell}{b \cdot n \cdot q \cdot A}}$$

Je länger der Leiter, und je kleiner der Querschnitt, umso grösser ist der Widerstand.

Je beweglicher die Ladungsträger, und je grösser die Ladungsträgerdichte, umso kleiner ist der Widerstand.

Elektrizitätslehre → Stromleiter



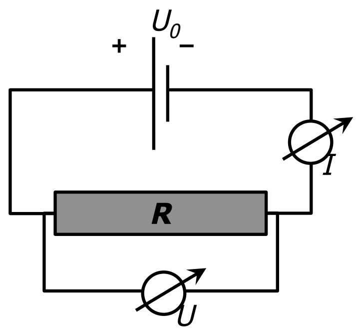
Sind verschiedene Ladungsträger vorhanden (Elektronen, Ionen) addieren sich die jeweiligen Stromstärken.

In obigem Beispiel fliessen positiv geladene Ionen nach rechts und negativ geladene Ionen nach Links.
Das Produkt von Geschwindigkeit mal Ladung ist in beiden Fällen positiv!
→ Der Strom fliesst in beiden Fällen nach rechts; d.h. von + nach - !

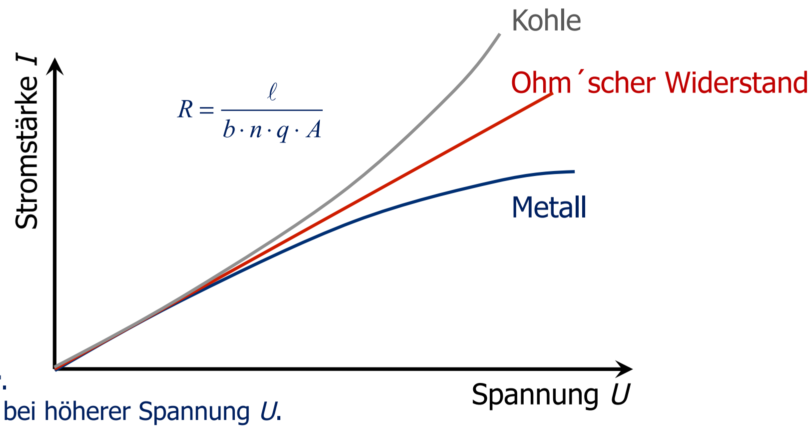
Stromstärke in einem Leiter: $I = \frac{A}{\ell} \cdot U \cdot \sum_i b_i \cdot n_i \cdot q_i$

wobei *i* über alle vorhandenen Ladungsträger läuft.

Elektrizitätslehre → Leitercharakteristik



Die **Kennlinie** (**Leitercharakteristik**) eines elektrischen Bauelements (Widerstand, Kapazität, Diode, Spule, Transisitor,...) beschreibt die **Stromstärke *I*** als Funktion der **Spannung *U***.

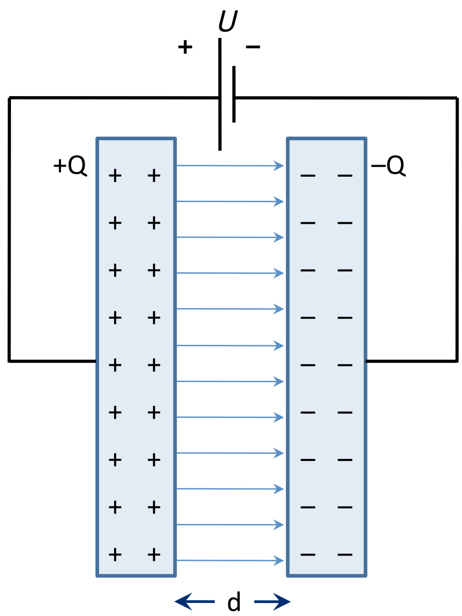


Ein **Ohm´scher Widerstand** zeigt eine **lineare Beziehung**, gemäss I=U/R

Fliesst Strom durch **Kohle** erwärmt sich diese. Dabei werden zusätzliche Ladungsträger frei, d.h. ***n* wird grösser**.
Somit **veringert sich der Widerstand** bei höherer Spannung *U*.

Fliesst Strom durch **Metall** erwärmt sich dieses. Dabei **verringert sich die Beweglichkeit *b*** der vorhandenen Ladungsträger.
Somit **erhöht sich der Widerstand** bei höherer Spannung *U*.

Elektrizitätslehre → Kapazität



Wird über **zwei parallelen Leitenden Platten** eine **Spannung *U*** angelegt, bewegen sich die Ladungsträger in Richtung der angelegten Spannung.

⇒ Die Platten laden sich auf.

Dies geht so lange, bis das **elektrische Feld *E***, welches sich zwischen den Platten aufbaut, ein **Gleichgewicht** mit der angelegten **Spannung *U*** ergibt:

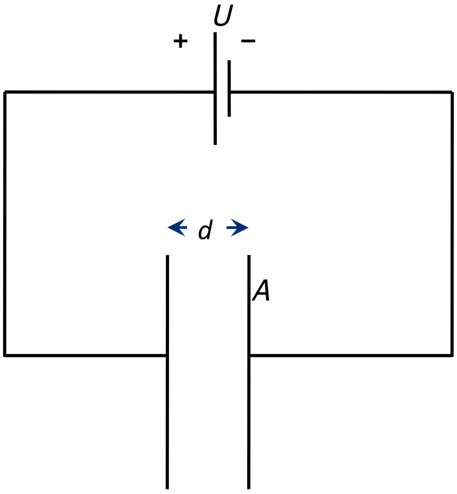
$$U = E \cdot d$$

Die totale **Ladung *Q***, welche sich dabei auf jeder Platte befindet wird durch die **Kapazität *C*** der beiden Platten bestimmt:

$$Q = C \cdot U$$

Je höher die **Kapazität *C***, desto mehr **Ladung *Q*** kann bei gegebener **Spannung *U*** geladen werden.

Elektrizitätslehre → Kondensator



Ein **Kondensator** ist ein **elektrisches Element**, mit der Fähigkeit **Ladung zu speichern**.

Zwei parallele, leitende Platten sind demnach ein Kondensator → **Plattenkondensator**.

***C*, die Kapazität**, ist eine **Geometriegrösse**, welche nur durch g**eometrische Grössen,** wie **Flächen**, **Radien** und **Abstände** definiert ist.

Für einen **Plattenkondesator** gilt:

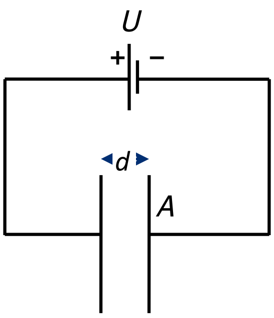
$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

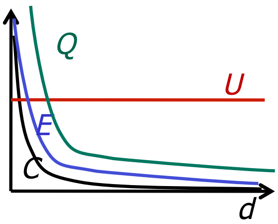
ε_0	elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{As/Vm}$
A	Fläche einer Platte $\left[\mathrm{m}^2\right]$
d	Abstand zwischen den Platten $\left[\mathrm{m}\right]$

Für die Einheit der Kapazität *C* ergibt sich:

$$\left[C\right] = \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}} \equiv \mathrm{F} = 1\,\mathrm{Farad}$$

Elektrizitätslehre → Plattenkondensator

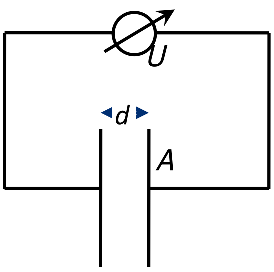


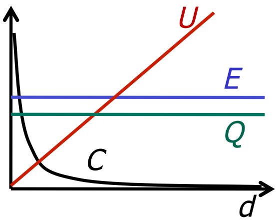


Wird bei einem **Plattenkondensator** der **Abstand *d*** zwischen den Platten verändert, so ändert sich seine **Kapazität *C***.

Wird der **Plattenabstand *d* halbiert** und dabei die angelegete **Spannung *U* konstant** gehalten, gilt:

$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$	d halbiert	$\Rightarrow C$ verdoppelt
$Q = C \cdot U$	$U\ const; C$ verdoppelt	$\Rightarrow$ Q verdoppelt
$U = E \cdot d$	$U\ const; d$ halbiert	$\Rightarrow$ E verdoppelt

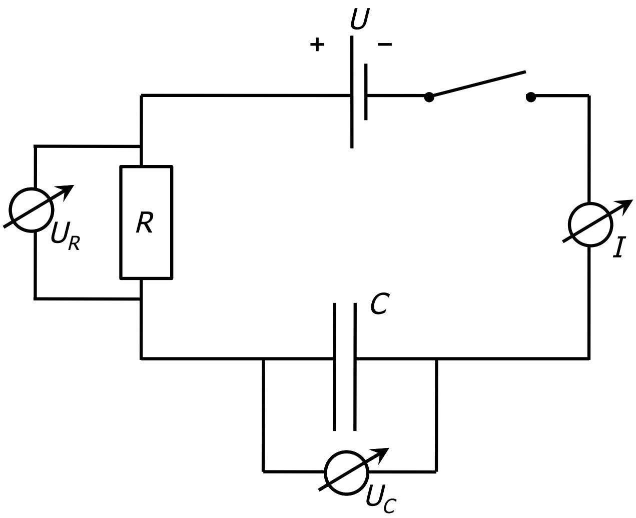




Wird bei einem geladenen Kondensator der **Plattenabstand *d* halbiert** und die **Ladung *Q* erhalten**, gilt:

$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$	d halbiert	$\Rightarrow C$ verdoppelt
$Q = C \cdot U$	$Q\ const; C$ verdoppelt	$\Rightarrow$ U halbiert
$U = E \cdot d$	U halbiert; d halbiert	$\Rightarrow$ E $const$

Elektrizitätslehre → RC–Glied



Ein **RC–Glied** ist ein Schaltkreis, bei dem ein **Ohm´scher Widerstand R** und ein **Kondensator, mit der Kapazität C,** an eine **Spannungsquelle U** angeschlossen sind.

Wird ein **ungeladener Kondensator** plötzlich aufgeladen, fliesst so lange ein **Strom *I***, bis dieser schliesslich vollständig aufgeladen wurde.

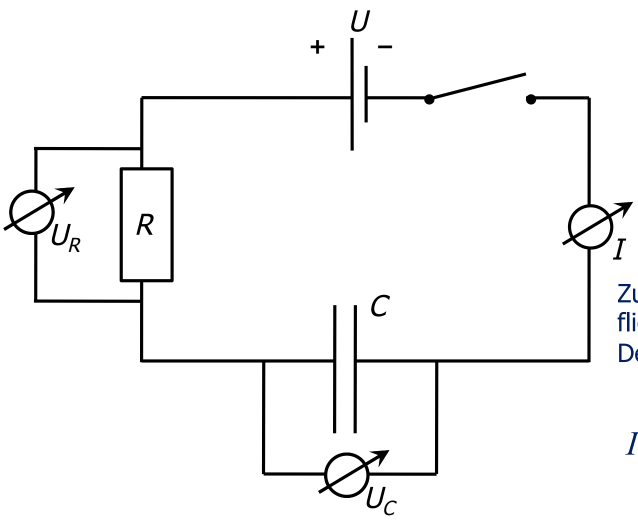
Der **Widerstand *R*** bewirkt, dass es Zeit braucht, den Kondensator zu laden.

$$U = U_C + U_R$$

$$= \frac{Q}{C} + R \cdot I \qquad \left| \frac{d}{dt} \right. \quad \text{nach der Zeit t ableiten}$$

$$\underbrace{\frac{dU}{dt}}_{0} = \frac{1}{C}\underbrace{\frac{dQ}{dt}}_{I} + R\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC}I$$

Elektrizitätslehre → RC–Glied



$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC}I$$

$$\Rightarrow \quad I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} + const$$

Zur **Zeit *t=∞*** ist der Kondensator vollständig geladen, es fliesst kein Strom mehr.
Der **Spannungsabfall U_R** verschwindend da $U_R = RI$.

$$I_{(t=\infty)} = 0 = \underbrace{I_0 e^{-\frac{\infty}{RC}}}_{0} + const \qquad \Rightarrow const = 0$$

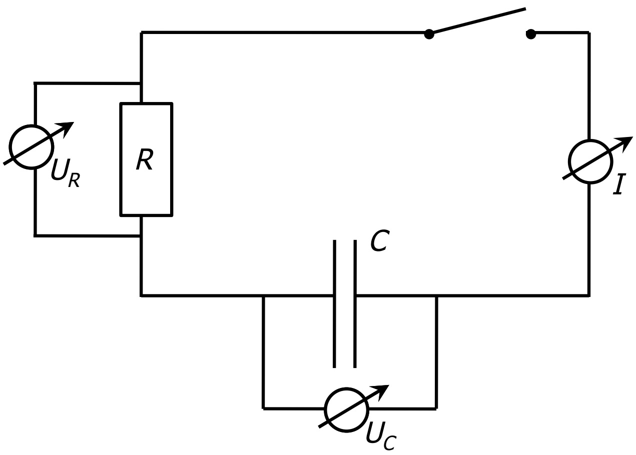
$$\Rightarrow I(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Ladestrom in einem RC-Glied

Zur **Zeit *t=0*** fliesst ein hoher Strom, und der **Spannungsabfall U_C** ist verschwindend klein. → $U = U_R = R \cdot I_0$.

$$I_{(t=0)} = \frac{U}{R} = I_0 \underbrace{e^{-\frac{0}{RC}}}_{1} \qquad \Rightarrow I_0 = \frac{U}{R}$$

Elektrizitätslehre → RC–Glied

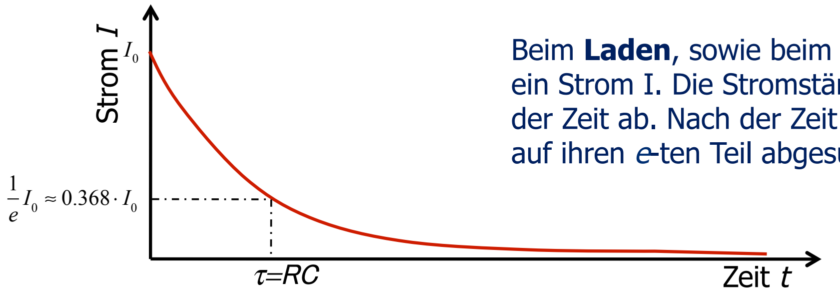


Analog kann das **Entladen** eines Kondensators in einem RC-Glied berechnet werden.

Wiederum gilt:

$$\Rightarrow I(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

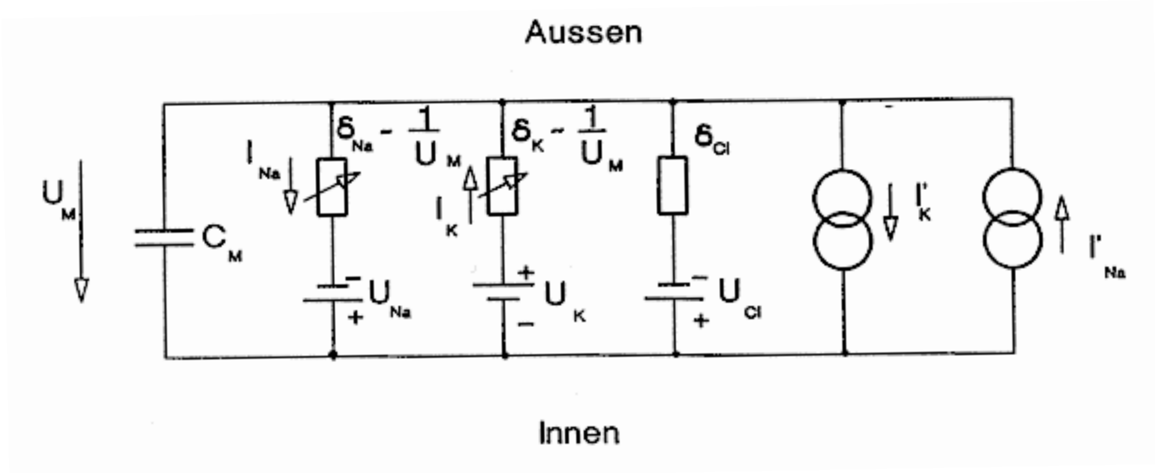
Entladestrom in einem RC-Glied



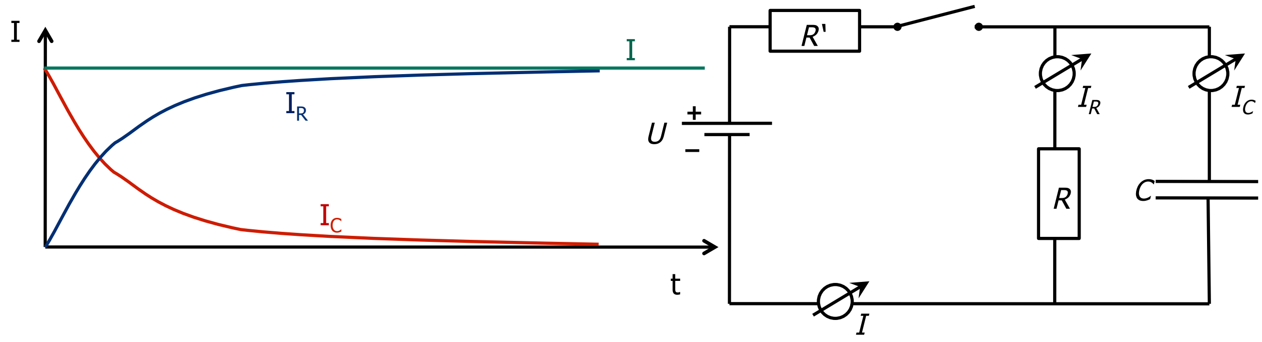
Beim **Laden**, sowie beim **Entladen** fliesst ein Strom I. Die Stromstärke nimmt exponentiell mit der Zeit ab. Nach der Zeit ***τ=RC*** ist die Stromstärke auf ihren *e*-ten Teil abgesunken.

Elektrizitätslehre → R parallel zu C (Membran)

Im **elektrischen Analogmodell** einer **Zellmembran** sind **Widerstand R** und **Kapazität C** allerdings **parallel geschaltet.**
Dies hat ein paar **wichtige Konsequenzen** zur Folge, welche zu verstehen allerdings mathematisch etwas anspruchsvoller sind.



Elektrizitätslehre → R parallel zu C (Membran)



Zur **Zeit t=0** ist die **Kapazität C noch ungeladen**. **Der kapazitive Strom I_C dominiert**.

Je mehr sich die Kapazität lädt, um so kleiner wird der **kapazitive Strom I_C**, dagegen wird der **resistive Strom I_R** entsprechend grösser.

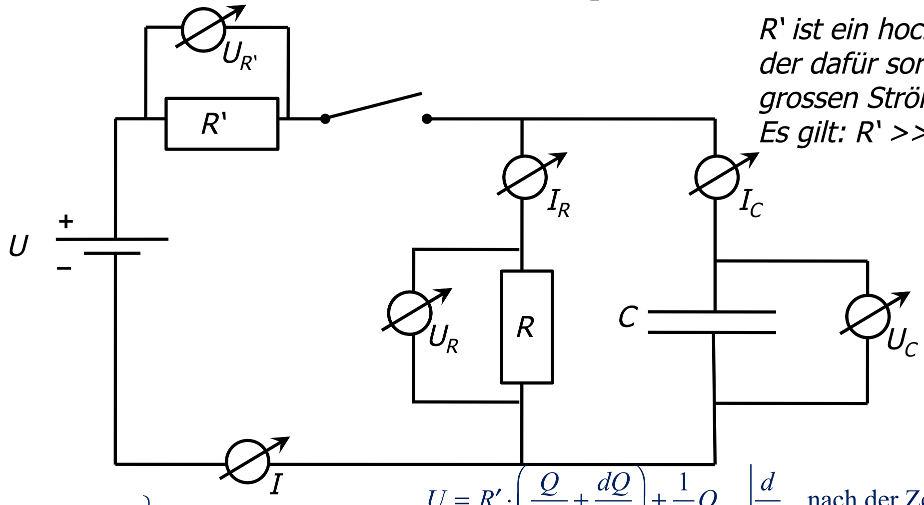
Die **Zeitkonstante** ist für I_R und für I_C gleich gross und ist durch $\tau = RC$ gegeben.

Wobei der totale Strom $I = I_R + I_C \approx$ **const** in etwa konstant bleibt.

Für Interessierte (kein Prüfungsstoff!)

→ **Berechnung des Lade- und Entladestroms bei Parallelschaltung von Kapazität und Widerstand**

Elektrizitätslehre → R parallel zu C (Membran)



R' ist ein hochohmiger Vorwiderstand der dafür sorgt, dass keine unendlich grossen Ströme fliessen.
Es gilt: R' >> R

$$\left.\begin{aligned} U &= U_{R'} + U_R \\ U &= U_{R'} + U_C \end{aligned}\right\} \Rightarrow U_R = U_C$$

$$I = I_R + I_C$$

$$U = R'\cdot I + U_C = R'\cdot\left(I_R + I_C\right) + \frac{1}{C}Q$$

$$I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{U_C}{R} = \frac{Q}{CR} \qquad I_C = \frac{dQ}{dt}$$

$$U = R'\cdot\left(\frac{Q}{CR} + \frac{dQ}{dt}\right) + \frac{1}{C}Q \quad \left|\frac{d}{dt}\right. \quad \text{nach der Zeit t ableiten}$$

$$\underbrace{\frac{dU}{dt}}_{0} = R'\cdot\left(\frac{1}{CR}\underbrace{\frac{dQ}{dt}}_{I_C} + \underbrace{\frac{d^2Q}{dt^2}}_{\frac{dI_C}{dt}}\right) + \frac{1}{C}\underbrace{\frac{dQ}{dt}}_{I_C} \quad \Rightarrow \quad \frac{dI_C}{dt} = -\left(\frac{1}{R'C} + \frac{1}{RC}\right)I_C$$

$$\frac{dI_C}{dt} = -\left(\frac{1}{RC}\cdot\frac{R+R'}{R'}\right)I_C = -\left(\frac{1}{RC}\cdot\underbrace{\left[1+\frac{R}{R'}\right]}_{\approx 1}\right)I_C \approx -\frac{1}{RC}I_C \quad \text{falls } R' \gg R \text{ ist}$$

Elektrizitätslehre → R parallel zu C (Membran)

$$\left.\begin{aligned} U &= U_{R'} + U_R \\ U &= U_{R'} + U_C \end{aligned}\right\} \Rightarrow U_R = U_C \qquad \frac{dI_C}{dt} = -\left(\frac{1}{RC}\cdot\frac{R+R'}{R'}\right)I_C = -\left(\frac{1}{RC}\cdot\underbrace{\left[1+\frac{R}{R'}\right]}_{\approx 1}\right)I_C \approx -\frac{1}{RC}I_C \quad \text{falls } R' \gg R \text{ ist!}$$

$$I = I_R + I_C$$

$$\Rightarrow \quad I_C \approx I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U_R = U_C \quad \Rightarrow I_R\cdot R = \frac{Q}{C}$$

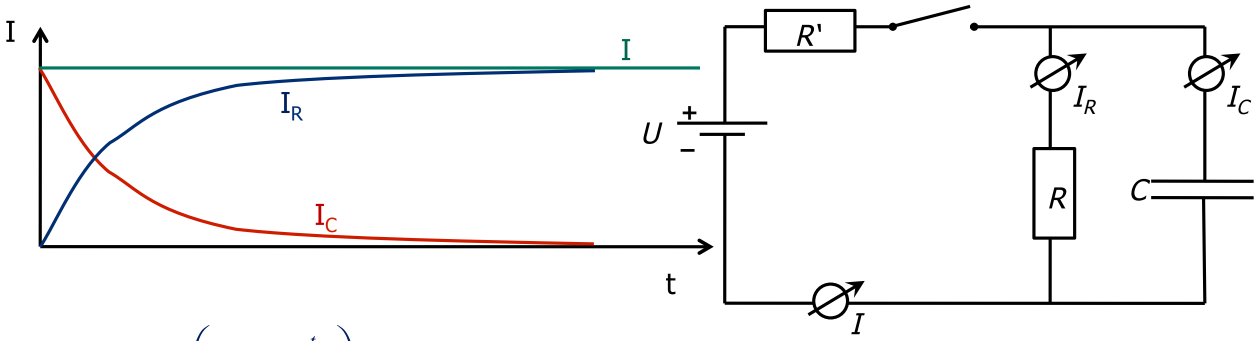
$$I_R = \frac{Q}{RC} \quad \left|\text{ableiten}\right.$$

$$\frac{dI_R}{dt} = \frac{1}{RC}\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{RC}I_C$$

$$\Rightarrow \quad I_R = \frac{1}{RC}\int I_C dt \quad = \frac{I_{C,0}}{RC}\int e^{-\frac{t}{RC}}dt = -\frac{I_{C,0}}{RC}\cdot RC\cdot e^{-\frac{t}{RC}} + const$$

$$I_R = I_0\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Elektrizitätslehre → R parallel zu C (Membran)



$$I_R = I_{0,R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$I_{0,R} = \frac{U}{R' + R} \approx \frac{U}{R'} \quad \text{da } R' \gg R$$

$$I_C = I_{0,C} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I_{0,C} = \frac{U}{R'}$$

$$I = I_R + I_C = I_{0,R} + \underbrace{\left(I_{0,C} - I_{0,R}\right)}_{= \frac{U}{R'\left(\frac{R'}{R}+1\right)} \approx 0} e^{-\frac{t}{RC}} \approx const$$